ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 JUIN 1929.

PRÉSIDENCE DE M. Louis MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 14 juin 1929, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Achille Le Bel** pour occuper dans la division des Académiciens libres la place vacante par le décès de M. le Maréchal *Foch*.

Il est donné lecture de ce décret.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Mouvements des océans. Potentiel newtonien du bourrelet en coordonnées cylindriques.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

1. Le travail que j'ai entrepris sur la théorie dynamique des marées m'a montré qu'il est avantageux d'employer les coordonnées cylindriques au lieu des coordonnées sphériques. Les *trois* composantes de la vitesse dans un océan gravitant et tournant s'expriment à l'aide des dérivées d'une seule fonction du temps et des trois coordonnées.

Lorsque cette fonction est périodique, l'équation aux dérivées partielles qui la détermine est, dans tous les cas utiles, du type hyperbolique en fonctions des coordonnées. L'intégration générale pour un océan homogène d'étendue quelconque introduit naturellement des fonctions de Bessel de tous ordres. Il n'y a aucune difficulté à écrire les équations frontières relatives au fond et à la surface libre à l'aide de ces fonctions et du soulèvement de la surface libre.

Mais ce qui reste difficile, comme toujours, c'est de tenir compte du potentiel d'attraction newtonienne du bourrelet sur lui-même. En coor-

données cylindriques, avec des grandeurs exprimées à l'aide de fonctions de Bessel portant sur la distance à l'axe de rotation, il devient particulièrement délicat d'écrire une condition de potentiel newtonien relative à une surface sphérique. Avec ces fonctions, on forme facilement des expressions valables, jusqu'à l'origine comprise, dans tout un volume cylindrique de hauteur et de diamètre finis quelconques; mais on reste inpuissant à former une expression, du caractère d'un potentiel newtonien, valable en tous sens jusqu'à l'infini, extérieurement à la sphère, aussi bien pour les z positifs que négatifs, et pour les rayons infinis. C'est une difficulté qui m'a longtemps arrêté, jusqu'au moment où j'ai pensé à utiliser la transformation par rayons vecteurs réciproques :

Si $V(x. y, z)$ satisfait à l'équation de Laplace, on sait que $rV\left(\frac{x}{r^2}, \frac{y}{r^2}, \frac{z}{r^2}\right)$ y satisfait également; et si le domaine d'existence de V comprend l'origine, mais exclut les très grandes distances, inversement, le domaine d'existence de $rV(\ldots)$ s'étend jusqu'à l'infini en tous sens, mais exclut le voisinage de l'origine.

2. Soient donc ϖ le rayon cylindrique, α l'angle azimutal, z la coordonnée parallèle à l'axe de rotation, qui définissent un point dans l'espace,

$$\Phi_{\text{int}} = \cos(k\alpha + \alpha_k).\text{ch}(\gamma z + z_k) J_k(\gamma\varpi)$$

est une solution de l'équation de Laplace, valable dans une très grande étendue comprenant l'origine.

Posant

$$r = \sqrt{\varpi^2 + z^2},$$

la fonction

$$\Phi_{\text{ext}} = A r \cos(k\alpha + \alpha_k)\,\text{ch}\left(\frac{\lambda z}{r^2} + z_k\right) J_k\left(\frac{\lambda\varpi}{r^2}\right)$$

obtenue par inversion est aussi une solution, mais valable dans tout l'espace jusqu'à l'infini, à l'exclusion du voisinage de l'origine.

C'est le type de la solution utile. A la vérité, le cosinus hyperbolique et la fonction de Bessel portent plus exclusivement l'un sur z, l'autre sur ϖ, mais sur $\frac{z}{r^2}$ et $\frac{\varpi}{r^2}$; ce n'est pas une forme de solution qu'on obtienne en passant du premier au deuxième type de fonction de Bessel; et c'est précisément ce qui en fait l'utilité.

Choisissons d'abord λ et A par la condition d'égalité du potentiel inté-

rieur et du potentiel extérieur sur la surface de la surface R

$$(\Phi_i - \Phi_e)_{r=R} = 0,$$

$$A = \frac{1}{R}, \qquad \lambda = \gamma R^2,$$

$$\Phi_e = \frac{r}{R} \cos(k\alpha + \alpha_k) . \operatorname{ch}\left(\frac{\gamma R^2 z}{r^2} + z_k\right) . J_k\left(\frac{\gamma R^2 \varpi}{r^2}\right).$$

La masse d'eau soulevée $\varepsilon\rho_{aq}$ de hauteur ε est déterminée par l'équation aux densités superficielles

$$-4\pi G \varepsilon \rho_{aq} = \left[\frac{\partial \Phi_e}{\partial r} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial r}\right]_{r=R}.$$

Pour notre solution particulière, cette équation donne

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi G \rho_{aq}} \frac{\cos(k\alpha + \alpha_k)}{R}$$
$$\times [\operatorname{ch}(\gamma z + z_k) J_k(\gamma\varpi) - 2\gamma z \operatorname{sh}(\gamma z + z_k) J_k(\gamma\varpi) - 2\gamma\varpi \operatorname{ch}(\gamma z + z_k) J'_k(\gamma\varpi)],$$

où J' est la dérivée par rapport à toute la variable.

L'expression complète du soulèvement s'obtient en multipliant par $f_k(\gamma)\,d\gamma$ et intégrant de o à ∞, mettant en évidence une phase et faisant la somme pour toutes les valeurs entières de k. Enfin, définissant un point de la surface libre par α et z, *il faudra remplacer* ϖ *par* $\sqrt{R^2 - z^2}$. On obtient ainsi

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi G \rho_{aq} R} \int_0^\infty d\gamma \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\alpha + \alpha_k)$$
$$\times \{[\operatorname{ch}(\gamma z + z_k) - 2\gamma z \operatorname{sh}(\gamma z + z_k)] J_k(\gamma\varpi) - 2\gamma\varpi \operatorname{ch}(\gamma z + z_k) J'_k(\gamma\varpi)\}.$$

L'amplitude A_k, et les deux phases α_k, z_k, sont trois fonctions arbitraires de γ, et de l'entier k, soumises à la seule restriction que l'intégrale ait un sens et que la série converge.

Le soulèvement à chaque instant est $\varepsilon e^{i\theta t}$.

A ce soulèvement est dû un potentiel d'attraction newtonienne du bourrelet, qui dans tout le globe R, $[0 \leqq \varpi^2 + z^2 \leqq R]$, et à sa surface est donné par $\Phi e^{i\theta t}$ avec

$$\Phi_i = \int_0^\infty d\gamma \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\alpha + \alpha_k) . \operatorname{ch}(\gamma z + z_k) J_k(\gamma\varpi).$$

3. On peut aussi construire le potentiel newtonien d'une couche super-

ficielle en partant de la solution simple (interne)

$$\Psi_i = \cos(k\alpha + \beta_k)\cos(\gamma z + z'_k)\,J_k(i\gamma\varpi)$$

et suivant la même marche qu'au paragraphe 2. $(i = \sqrt{-1})$.

En opérant ainsi, on a un potentiel intérieur, $(0 \leq \varpi^2 + z^2 \leq R^2)$, dû au bourrelet

$$\Psi_i = \int_0^\infty d\gamma \sum_{k=0}^{\infty} B_k \cos(k\alpha + \beta_k)\cos(\gamma z + z'_k)\,J_k(i\gamma\varpi);$$

B_k est une amplitude, β_k, z'_k sont deux phases, fonctions de γ et de l'entier k.

L'amplitude η du soulèvement correspondant est

$$\eta = \frac{1}{4\pi G\rho_{aq}} \int_0^\infty d\gamma \sum_{k=0}^{\infty} B_k \cos(k\alpha + \beta_k) \times \left\{ [\cos(\gamma z + z'_k) + 2\gamma z \sin(\gamma z + z'_k)]\,J_k(i\gamma\varpi) - 2\cos(\gamma z + z'_k)\, i\gamma\varpi\, J'_k(i\gamma\varpi) \right\}.$$

4. S'il arrive que, pour avoir le nombre de fonctions de γ que rendent nécessaire les autres conditions du problème, on soit conduit à employer les deux formes des paragraphes 2 et 3, en les ajoutant, le potentiel newtonien interne dû au soulèvement $(\varepsilon + \eta)e^{i\theta t}$ aura pour expression $(\Phi_i + \Psi_i)e^{i\theta t}$.

Il reste d'ailleurs une question délicate, et qu'il serait utile d'examiner : dans quelle mesure les deux types d'expressions Φ et Ψ sont-elles équivalentes, ou foncièrement différentes ?

MAGNÉTISME. — *Sur les propriétés paramagnétiques des terres rares.* Note [1] de MM. B. Cabrera et A. Duperier.

Dans une Note précédente [2] l'un d'entre nous a donné les coefficients d'aimantation des cations des terres rares, mesurés sur les sulfates à huit molécules d'eau, préparés pour la plupart par Auer v. Welsbach. Nos résultats s'accordaient avec les mesures de St. Meyer [3] sur des sels de même origine. Actuellement, pour le calcul des moments, la question de la validité de la formule classique ou de l'une des méthodes quantiques se pose à nouveau, notamment après la théorie de Hund [4]. Cette discussion exigeant

(1) Séance du 10 juin 1929.

(2) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 665.

(3) *Phys. Zeitsch.*, **26**, 1925, p. 51 et 479.

(4) *Zeitsch. f. Phys.*, **33**, 1925, p. 853.

la connaissance de la constante de Curie que seule l'étude de la variation thermique donne avec exactitude, nous avons fait, entre 20° et 400°, des mesures sur des sulfates anhydres et des oxydes de diverses origines (Auer v. Welsbach, Urbain, Prandtl). Toutes ces substances satisfont en première approximation à la loi de Curie-Weiss :

(1) $$\chi(T + \Delta) = C.$$

Ce résultat est rigoureusement exact pour les éléments suivants :

Composé.	Δ.	ε pour 100 (1).	Ca.	n (1).
$Gd^2(SO^4)^3$ (Auer)......	— 0,6 ± 0,5	0,11	7,749 ± 0,035	39,14
Gd^2O^5 (Urbain).......	+13 3 ± 0,6	0,15	7,730 ± 0,029	39,09
$Tb^2(SO^4)^3$ (Auer)......	+ 2,3 ± 1,2	0,27	11,574 ± 0,027	47,83
$Dy^2(SO^4)^3$ (Auer)......	+10,8 ± 0,4	0,10	13,705 ± 0,052	52,04
Dy^2O^3 (Urbain).......	+19,0 ± 0,4	0,09	13,654 ± 0,087	51,95
$Ho^2(SO^4)^3$ (Auer)......	+ 8,1 ± 0,5	0,10	13,821 ± 0,058	52,27
Ho^2O^3 »	+13,9 ± 0,7	0,18	13,604 ± 0,059	51,85
$Er^2(SO^4)^3$ »	+10,8 ± 0,6	0,14	11,329 ± 0,036	47,32
Er^2O^3 »	+15,0 ± 0,9	0,21	11,293 ± 0,050	47,24

(1) ε = erreurs, en pour 100, de chaque point relativement à la courbe; n = nombre de magnétons (1 magnéton = 1123,5).

L'ensemble des valeurs de *n* du tableau ci-dessus est une confirmation indubitable du magnéton de Weiss.

Dans un deuxième groupe de substances, la variation de $1/\chi$ en fonction de T est certainement curviligne. C'est le cas des sulfates et des oxydes de Nd, Sm, Eu. On peut représenter les données expérimentales au moyen de l'équation

(2) $$(\chi + k)(T + \Delta) = C,$$

et les constantes sont contenues dans le tableau suivant :

Composé.	k.	Δ.	ε pour 100.	C.	n.
$Nd^2(SO^4)^3$.....	— 460.10^{-6}	+ 18,3	0,17	1,496 ± 0,010	17,19
Nd^2O^3	— 350 »	+ 26,0	0,12	1,456 ± 0,010	16,97
$Eu^2(SO^4)^3$.....	—1116 »	+101,9	0,17	1,651 ± 0,011	18,06
Eu^2O^3.........	— 840 »	+135,3	0,18	1,646 ± 0,005	18,04

Les expériences sur le Sm sont difficiles, le paramagnétisme est faible et paraît constant. Nous donnons provisoirement :

$Sm^2(SO^4)^3$ (Auer).......	$k = -975.10^{-6}$	$\chi_{Sm} = (1063 \pm 10).10^{-6}$
Sm^2O^3 (Prandtl).......	-935.10^{-6}	$(951,9 \pm 5,0).10^{-6}$

Ces résultats obtenus, nous avons constaté que les composés du Pr, Tu et Yb, qui avaient d'abord été considérés comme obéissant à la loi (1) de Curie-Weiss, satisfont mieux à l'équation (2) avec les constantes du tableau suivant :

	k.	Δ.	Σ pour 100,	C.	n.
PrO^2 (Prandtl).....	-80.10^{-6}	+128,8	0,28	0,861 ± 0,010	13,05
$Pr^2(SO^4)^3$ (Auer)....	−160 »	+ 41,2	0,16	1,653 ± 0,010	18,05
Pr^2O^3 (Prandtl).....	−135 »	+ 63,4	0,19	1,617 ± 0,005	17,88
$Tu^2(SO^4)^3$ (Auer)....	+770 »	+ 40,5	0,10	7,221 ± 0,003	37,78
Tu^2O^3 » (1)..	+257 »	+ 41,6	0,16	6,617 ± 0,011?	36,16?
$Yb^2(SO^4)^3$ »	+434 »	+ 95.4	0,07	3,162 ± 0,031	25.00
Yb^2O^3 » (2)..	+160 »	+104,5	0,23	2,644 ± 0,015?	22,86?

(1) Impureté : carbonate. (2) Impureté : Lu.

L'introduction de la nouvelle constante k laisse une latitude de 3 à 4 dixièmes au nombre de magnétons n. Nous avons choisi k et Δ de manière à obtenir un nombre entier. Donc, pour ces dernières substances, l'expérience montre seulement que le moment est compatible avec le magnéton de Weiss.

Les valeurs de n coïncident pour les sulfates et les oxydes, quoique l'origine soit fréquemment différente.

Le terme $-k$ représente une susceptibilité indépendante de la température, paramagnétique pour les éléments voisins de Sm, diamagnétique pour le Tu et le Yb. Elle ne peut provenir d'impuretés et peut être attribuée à une déformation de l'atome.

Hund attribue au Eu^{+++} un moment nul. On a pensé que la valeur assez élevée de n, obtenue déjà avec l'octohydrate, provenait de la présence du Gd comme impureté, dénoncée par St. Meyer. Mais les deux substances étudiées ici, le sulfate et l'oxyde, donnent le même nombre ($n = 18$), bien que la dernière contienne non du Gd, qui élèverait l'aimantation, mais du Sm (Urbain), qui l'abaisse. L'estimation quantitative de St. Meyer est donc certainement exagérée.

M. **E.-L. Bouvier** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Faunes des Colonies françaises. Les Saturnioïdes de l'Afrique tropicale française.*

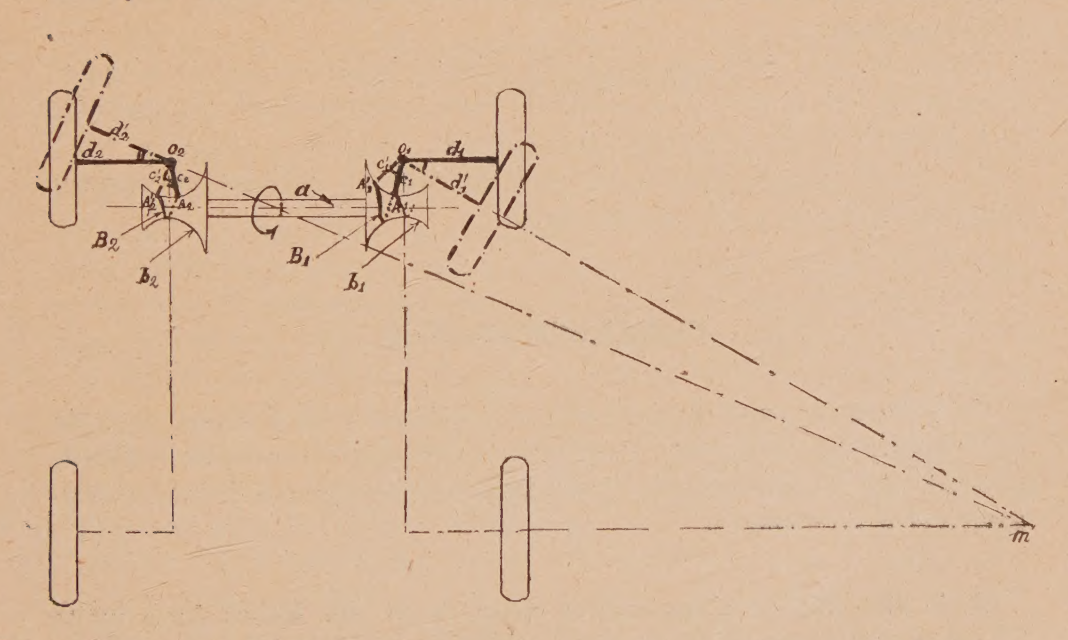
M. **Jules Richard** fait hommage à l'Académie du fascicule LXXVII des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht* par Albert Ier, prince souverain de Monaco : *Cumacés et Leptostracés*, par Louis Fage.

PLIS CACHETÉS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Virage théorique correct de l'automobile.* Note de M. **F.-E. Myard**, retirée, sur sa demande, du pli cacheté n° 8908 déposé le 12 septembre 1921.

Il faut que les directions des deux fusées avant se coupent constamment sur l'axe des roues arrière.

La barre a, qui tourne sur son axe par commande du volant, porte les deux portions de tores b_1 et b_2.



Sur les axes de braquage o_1 et o_2 sont fixés respectivement les leviers c_1 et c_2 et les fusées d_1 et d_2.

Soient A_1 et A_2 les points de contact respectifs des leviers c_1 et c_2 sur les

tores b_1 et b_2 dans la position médiane (marche en ligne droite). Traçons sur le tore de droite b_1 la rainure B_1 dans laquelle coulisse l'extrémité du levier c_1, et faisons tourner la barre a autour de son axe.

Lorsqu'elle aura fait un tour, par exemple, le levier c_1 sera venu en c'_1 (figure en trait mixte), c'est-à-dire le point A_1 en A'_1 et la fusée d_1 en d'_1, ce qui définit le point m.

Il faudra alors que la fusée d_2 soit en d'_2, c'est-à-dire que le levier c_2 soit en c'_2, donc que le point A_2 soit venu en A'_2. Le point A'_2, qui est le point cherché, devra donc faire partie de la rainure B_2 qu'on veut tracer. On obtiendra cette dernière par points successifs de la même manière, en faisant faire à la barre a des rotations de toute grandeur.

La rainure B_2 sera donc la courbe conjuguée de la rainure B_1. Voilà pour la rotation à droite. On comprend que, par raison de symétrie, on obtiendra la rotation à gauche en traçant sur la partie libre des tores b_1 et b_2 les mêmes courbes, mais interverties.

Ce système robuste et ramassé, en plus de la solution parfaitement théorique qu'il donne, présente l'avantage de supprimer les longs leviers suspendus, soumis à toutes les vibrations et secousses, et devant travailler à la compression.

La transmission de la commande du volant à la barre a peut se faire par engrenages hélicoïdaux, sans oublier le libre mouvement dû aux ressorts, de la barre du volant par rapport à la barre a.

Le taillage des rainures se fait sans difficulté en utilisant un couteau commandé par un modèle reproducteur.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** invite l'Académie à lui désigner deux de ses Membres qui occuperont, dans le *Conseil de perfectionnement de l'École polytechnique* les places vacantes par l'expiration des pouvoirs de MM. *H. Deslandres* et *H. Le Chatelier*.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux ou trois candidats à la Chaire de *Machines*, vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers.

(Renvoi à une Commission composée de la Section de Mécanique et de M. le Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques.)

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux ou trois candidats à la Chaire d'*Économie industrielle et statistique* vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers.

(Renvoi à une Commission composée de la Section de Géométrie et de M. le Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Contribution à l'étude de la Faune de Madagascar*, par G. Petit. Première partie. (Présenté par M. L. Mangin.)

2° *Contribution à l'étude de la Faune du Cameroun*, par Théodore Monod. (Présenté par M. L. Mangin.)

3° P. Bricout. *Ondes et électrons*. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

GÉOMÉTRIE. — *Configurations géométriques de droites ou cercles.* Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. J'ai indiqué récemment (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1219) que de simples énumérations peuvent conduire, sinon à la démonstration, du moins à l'énoncé de théorèmes. Je vais appliquer des considérations du même ordre à certaines configurations de cercles; en raison d'une analogie remarquable avec la configuration des 10 droites de Morley-Petersen [1], je rappelle d'abord quelques résultats relatifs à ces dernières.

2. Cherchons n droites de l'espace euclidien à 3 dimensions dont chacune coupe orthogonalement p droites du groupe, en écartant le cas où deux ou plusieurs droites seraient parallèles, ou encore celui où trois droites seraient concourantes; remarquons que le groupe à 7 paramètres de la similitude conserve la définition de la configuration. Les restrictions apportées montrent que, supposant $p = 3$, et numérotant les droites $1, 2, \ldots n$, la droite 1 coupant orthogonalement 2, 3, 4, les droites 2, 3, 4 coupent orthogonalement des droites qui doivent respectivement s'appeler (1, 5, 6), (1, 7, 8),

[1] R. Bricard, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 5e série, 2, 1923, p. 41. — J. Pérès, *Ibid.*, 6e série, 1, 1926, p. 193.

(1, 9, 10), de sorte que n est au minimum égal à 10; avec cette valeur minimum, on peut former un tableau logiquement cohérent (et un seul) :

$$1(2,3,4);\ 2(1,5,6);\ 3(1,7,8);\ 4(1,9,10);\ 5(2,7,9);\ 6(2,8,10);$$
$$7(3,5,10);\ 8(3,6,9);\ 9(4,8,5);\ 10(4,6,7),$$

où chaque parenthèse indique les trois droites relatives à celle qui précède cette parenthèse. D'autre part n, p restant indéterminés on a $4n$ paramètres métriques liés par pn relations, de sorte qu'il est naturel, au premier abord du moins, de ne garder que les systèmes n, p vérifiant $n(4-p) \geqq 7$; le maximum de p est donc 3, valeur employée plus haut; les restrictions faites ont empêché d'adopter $n=7,8$ ou 9 (remarquons par exemple que, dans un même plan, $n=6$, $p=3$ réussirait avec trois droites parallèles, puis trois droites perpendiculaires aux premières).

Adoptant $n=10$, $p=3$, l'énumération garantit l'existence de solutions, sans toutefois pouvoir affirmer si ces solutions ne sont pas impropres, puis sans donner le nombre exact de paramètres arbitraires : ce nombre est 10, *augmenté d'un entier h positif ou nul, provisoirement inconnu;* or le système (1, 2, 3, 4) dépend de 10 paramètres et la droite 5 est à choisir parmi les ∞^2 droites coupant 2 à angle droit; si 5 est choisie, les autres droites s'obtiennent successivement sans ambiguïté, comme perpendiculaires communes à deux droites déjà connues, suivant le schéma 7(3,5) 9(4,5), 8(3,9), 10(4,7), 6(8,10); de la sorte l'énumération ne peut donner que l'inégalité $0 \leqq h \leqq 2$.

L'étude de Morley-Petersen donne $h=2$, ce qui constitue un beau théorème de géométrie.

3. Cherchons n cercles de l'espace euclidien à 3 dimensions tels que chacun soit *perpendiculaire* (¹) à p cercles de la configuration; écartons le cas où trois cercles peuvent se trouver sur une même sphère, ou se couper tous les trois aux mêmes points, ou bien où deux cercles i, j sont perpendiculaires aux deux cercles k, l. Le groupe conforme, à 10 paramètres, conserve la définition de la configuration; on a $6n$ paramètres liés par $\frac{3pn}{2}$ conditions; *p ou n doit être pair;* prenons d'abord $n=2n'$; comme plus haut on supposera

$$3n'(4-p) \geqq 10;$$

le maximum de p est 3; pour les mêmes raisons que plus haut, les restrictions faites montrent que $n'=4$ est à écarter et il reste avec la valeur mini-

---

(¹) HADAMARD, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 6ᵉ série, 2, 1927, p. 257-270 et 289-320. La dénomination est due à M. Vessiot.

mum de n, $n=10$, $p=3$, et le même tableau cohérent logiquement que plus haut. La solution de ce type comprend donc $15+h$ paramètres, h étant encore un entier positif ou nul inconnu. Or le système des cercles (1, 2, 3, 4) dépend de 15 paramètres (au plus); le choix de 5 ne peut introduire que 0, 1, 2 ou 3 paramètres nouveaux et ce choix détermine pour les cercles restants un nombre fini de solutions. Une solution évidente, relativement banale, s'obtient en supposant tous les cercles concourants en un point unique : l'inversion ramène aussitôt à la configuration des 10 droites de Petersen-Morley; cette solution fait intervenir 15 paramètres métriques. Une autre solution, à 16 paramètres, que m'a signalée M. Cartan, s'obtient en partant de trois cercles A, B, C orthogonaux à une même sphère (de centre réel et rayon soit réel soit imaginaire pur) : j'y reviendrai dans une Note ultérieure; la configuration comprend même 20 cercles réels, si le rayon de la sphère est imaginaire pur, répartis en 10 couples de cercles *conjugués;* les deux cercles d'un même couple sont orthogonaux aux cercles de trois autres couples. Il est assez probable que ces deux solutions épuisent tous les cas possibles.

Pour p pair égal à $2p'$, on écrit de même $3n(2-p')\geqq 7$; le maximum de p est 2; levant la dernière restriction, le minimum de n est 4, on a deux cercles (1, 4) avec leurs deux cercles perpendiculaires communs, et le total (1, 2, 3, 4) dépend de 12 paramètres, quel que soit le type de solutions; si l'un des couples (1, 4), (2, 3) est paratactique, l'autre l'est aussi; sinon un des deux couples est conjugué.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les suites de Laplace périodiques contenant une congruence* W. Note de M. **S. Finikoff.**

Considérons une suite de Laplace périodique telle que la quatrième transformée de la surface initiale soit identique à la surface initiale. En adoptant les notations de ma précédente Note : *Sur les congruences de M. Goursat* (¹), prenons comme sommets (x), (X), (Y), (y) du tétraèdre fondamental les points correspondants des quatre nappes des surfaces focales de la suite. Nous avons alors

$$q=q_1=N=N_1=R=R_1=S=S_1=0.$$

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1367.

Les conditions d'intégrabilité du système fondamental donnent

$$p = -\frac{\partial \log \rho}{\partial v}, \qquad p_1 = -\frac{\partial \log \sigma}{\partial u}, \qquad P = \frac{\partial \log Q}{\partial u}, \qquad P_1 = \frac{\partial \log Q_1}{\partial v},$$

et, pour un choix convenable des paramètres u, v,

$$\frac{\partial^2 \log \rho}{\partial u\, \partial v} - \rho\sigma = \frac{1}{\rho Q_1}, \qquad \frac{\partial^2 \log \sigma}{\partial u\, \partial v} - \rho\sigma = \frac{1}{\sigma Q},$$

$$\sigma Q_1 = \rho Q, \qquad \frac{\partial^2}{\partial u\, \partial v} \log \frac{Q_1}{\rho} = QQ_1 - \rho\sigma.$$

Si la congruence (x, y) est une congruence W nous avons

$$QQ_1 - \rho\sigma = 0$$

et par suite

$$Q^2 = \sigma^2, \qquad Q_1^2 = \rho^2.$$

Donc la congruence appartient à un complexe linéaire qui est déterminé par les équations

$$\frac{\partial^2 \log \rho}{\partial u\, \partial v} - \frac{1}{\rho^2} = \frac{\partial^2 \log \sigma}{\partial u\, \partial v} - \frac{1}{\sigma^2} = \rho\sigma.$$

Le système fondamental prend la forme

$$x_u = \rho y, \qquad x_v = X + x\frac{\partial \log \rho}{\partial v},$$

$$y_u = Y + y\frac{\partial \log \sigma}{\partial u}, \qquad y_v = \sigma x.$$

$$X_u = \frac{-x}{\rho^2}, \qquad X_v = -X\frac{\partial \log \rho}{\partial v} - \sigma Y.$$

$$Y_u = \quad \rho X \quad Y\frac{\partial \log \sigma}{\partial u}, \qquad Y_v = \frac{-y}{\sigma^2}.$$

Donc si une suite de Laplace de périodicité 4 contient une congruence W, les deux congruences opposées (xy) et (XY) appartiennent au même complexe linéaire et les deux autres sont des congruences de Goursat.

Nous obtenons la même configuration en prenant pour point de départ la congruence de M. Goursat.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Des congruences rectilignes sur les surfaces focales desquelles se correspondent les lignes de courbure.* Note [1] de M. **Pasquale Calapso.**

Les congruences sur les surfaces focales desquelles se correspondent les lignes de courbure, *si elles ne sont pas de Guichard*, sont des congruences W.

Pour les caractériser introduisons les coordonnées X_r de la ligne droite d'après Klein $\left(\sum_1^6 X_r^2 = 0\right)$; si u et v sont les paramètres des asymptotiques qui se correspondent sur les surfaces focales, par un théorème de Darboux, sur les congruences W, les fonctions X_r vérifient une même équation de Laplace. La somme des carrés étant nulle, l'expression quadratique $\sum_1^6 dX_r^2$ a la forme orthogonale

$$\sum_1^6 dX_r^2 = h^2\,du^2 + l^2\,dv^2. \tag{1}$$

Considérons à part un espace S_4 à quatre dimensions, et interprétons les X_r comme des coordonnées pentasphériques de point en cet espace; dans ce cas, les coordonnées cartésiennes sont

$$x_1 = \frac{X_1}{X_5 + iX_6}, \qquad x_2 = \frac{X_2}{X_5 + iX_6}, \qquad x_3 = \frac{X_3}{X_5 + iX_6}, \qquad x_4 = \frac{X_4}{X_5 + iX_6}$$
$$(i = \sqrt{-1});$$

ce point décrit une surface S qui admet un réseau orthogonal.

Soient n_1, n_2 deux normales à la surface S (d'après Guichard); r_1, r_2 les rayons de courbure sur n_1; R_1, R_2 les rayons de courbure sur n_2. Introduisons les expressions

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{r_1} + \frac{i}{R_1}, \qquad \frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{r_2} + \frac{i}{R_2},$$
$$\frac{1}{\bar\rho_1} = \frac{1}{r_1} - \frac{i}{R_1}, \qquad \frac{1}{\bar\rho_2} = \frac{1}{r_2} - \frac{i}{R_2}.$$

Il faut remarquer que, prenant les coordonnées pentasphériques dans les

---

[1] Séance du 13 mai 1929.

trois ordres différents

$$\begin{array}{cccccc} X_1, & X_2, & X_3, & X_4, & X_5, & X_6, \\ X_1, & X_3, & X_5, & X_6, & X_3, & X_4, \\ X_3, & X_4, & X_5, & X_6, & X_1, & X_2, \end{array}$$

on obtiendra trois surfaces S, S′, S″ se correspondant par transformations conformes; introduisons pour S′, S″ les quantités analogues à (2).

Cela posé, revenons à l'espace S_3 où varie la droite qui décrit la congruence W, et indiquons par (x, y, z) les coordonnées du foyer F et par (x', y', z') celles du foyer F′.

Un calcul que nous ne reproduisons pas nous donne les formules suivantes :

$$(3)\quad \left\{ \begin{array}{lll} \theta \dfrac{\partial x}{\partial u} = \dfrac{h}{\rho_1}, & \theta \dfrac{\partial y}{\partial u} = \dfrac{h}{\rho'_1}, & \theta \dfrac{\partial z}{\partial u} = \dfrac{h}{\rho''_1}, \\ -i\theta \dfrac{\partial x}{\partial v} = \dfrac{l}{\rho_2}, & -i\theta \dfrac{\partial y}{\partial v} = \dfrac{l}{\rho'_2}, & -i\theta \dfrac{\partial z}{\partial v} = \dfrac{l}{\rho''_2}; \end{array} \right.$$

$$(4)\quad \left\{ \begin{array}{lll} \theta_1 \dfrac{\partial x'}{\partial u} = \dfrac{h}{\bar\rho_1}, & \theta_1 \dfrac{\partial y'}{\partial u} = \dfrac{h}{\bar\rho'_1}, & \theta_1 \dfrac{\partial z'}{\partial u} = \dfrac{h}{\bar\rho''_1}, \\ i\theta_1 \dfrac{\partial x'}{\partial v} = \dfrac{l}{\bar\rho_2}, & i\theta_1 \dfrac{\partial y'}{\partial v} = \dfrac{l}{\bar\rho'_2}, & i\theta_1 \dfrac{\partial z'}{\partial v} = \dfrac{l}{\bar\rho''_2}, \end{array} \right.$$

où h et l sont les fonctions qui interviennent dans l'équation (1), et θ, θ_1 des facteurs qu'il est inutile de calculer ici.

Les équations (3) et (4) nous permettent de caractériser les congruences particulières W, sur les focales desquelles se correspondent les lignes de courbure.

Si nous posons pour abréger

$$\sum \left(\frac{1}{\rho_1}\right)^2 = \frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_1'^2} + \frac{1}{\rho_1''^2}$$

et les expressions analogues, la condition caractéristique de la congruence en question est

$$(5)\qquad \frac{\sum\left(\dfrac{1}{\rho_1}\right)^2}{\sum\left(\dfrac{1}{\rho_2}\right)^2} = \frac{\sum\left(\dfrac{1}{\bar\rho_1}\right)^2}{\sum\left(\dfrac{1}{\rho^2}\right)^2}.$$

Ainsi le problème posé se résout au moyen d'un problème équivalent dans l'espace à quatre dimensions.

Si nous nous proposons de déterminer la surface S par des équations de la forme

$$x_3 = f(x_1, x_2), \qquad x_4 = \varphi(x_1, x_2),$$

l'équation (5) se traduit en une équation aux dérivées partielles du second ordre pour les fonctions f et φ, laquelle doit être satisfaite avec l'autre exprimant que la surface admet un réseau orthogonal.

Ce problème est du quatrième ordre.

ANALYSIS SITUS. — *Intégrales multiples et* Analysis situs.
Note de M. **Georges de Rham**, présentée par M. Hadamard.

Le rôle des nombres de Betti dans la théorie des intégrales multiples apparaît dans des théorèmes encore admis sans preuve ([1]). Voici l'esquisse d'une démonstration, valable pour une variété fermée à n dimensions, V, qui peut être subdivisée par des calottes simplement connexes de manière à former un polyèdre P.

Pour énoncer ces théorèmes, désignons par c^q un champ d'intégration fermé à q dimensions et par ω un élément d'intégrale d'ordre q, définis sur V ([2]); soit ω' l'élément d'intégrale qui dérive de ω par la formule de Stokes généralisée; disons que ω est fermée si $\omega' = 0$ et homologue à zéro s'il existe un élément ϖ dont ω dérive : $\varpi' = \omega$. Les périodes d'une intégrale fermée sont les valeurs qu'elle prend étendue à des champs fermés; la formule de Stokes montre que cette valeur est nulle si l'intégrale ou le champ est homologue à zéro.

Théorème I. — *Une intégrale fermée dont toutes les périodes sont nulles est homologue à zéro.*

Théorème II. — *Étant donnés p champs d'intégration fermés entre lesquels n'existe aucune homologie, on peut trouver une intégrale fermée prenant, étendue à ces p champs, p valeurs données* ([3]).

Corollaire. — *Le $q^{ième}$ nombre de Betti de V, défini comme le nombre maximum de champs c^q entre lesquels n'existe aucune homologie, est aussi égal au nombre maximum d'intégrales fermées d'ordre q entre lesquelles n'existe aucune homologie.*

Soient a_i^q les éléments de P et b_i^{n-q} ceux du polyèdre réciproque P′ ([4]).

([1]) Cf. E. Cartan, *Comptes rendus*, 187; 1928, p. 196-197.

([2]) Les champs et les intégrales considérés ici doivent satisfaire, en tout point de V, à des conditions générales de continuité et de régularité.

([3]) I et II sont équivalents aux théorèmes A et B de E. Cartan (*loc. cit.*).

([4]) Cf. Poincaré, complément à l'*Analysis situs* (*Rend. di Palermo*, 13, 1899, p. 285 à 343).

On peut faire correspondre à chaque élément b_i^{n-q} de $\tilde{P}'$ une intégrale d'ordre q, $\omega(b_i^{n-q})$ telle que, si b_i^{n-q} est limitée par $\sum_j e_j b_j^{n-q-1}$, on ait

$$\omega'(b_i^{n-q}) = \sum_j e_j \omega(b_j^{n-q-1}),$$

et que

$$\int_{a_k^q} \omega(b_i^{n-q}) = \delta_i^k \quad (0 \text{ si } i \neq k, \ 1 \text{ si } i = k).$$

La construction de ces intégrales se fait aisément en commençant par celles d'ordre n et en utilisant le lemme V ci-dessous. Grâce aux deux propositions suivantes :

III. *Toute intégrale fermée est homologue à une combinaison linéaire des* $\omega(b_i^{n-q})$.

IV. *Tout champ fermé est homologue à une combinaison linéaire des* a_i^q (¹).

Les théorèmes I et II se ramènent au suivant, dû à Poincaré (²) : *pour que* $\Sigma x_i a_i^q$ *supposé fermé soit homologue à zéro avec division, et il suffit qu'on ait* $\Sigma x_i y_i = 0$ *quel que soit* $\Sigma y_i b_i^{n-q}$ *fermé*.

La démonstration de III et de IV ne saurait trouver place ici. Bornons-nous à citer deux lemmes qui y jouent un rôle important :

V. *Une intégrale* ω *d'ordre* q, *fermée et nulle hors d'un intervalle* I *de l'espace à* n *dimensions, dérive d'une intégrale* ϖ, $\varpi' = \omega$, *nulle hors de* I. *Si* $q = n$, *il faut de plus que* $\int_{\mathrm{I}} \omega = 0$.

VI. *Un champ fermé contenu dans* I *limite un champ contenu aussi dans* I.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Hypothèses concernant la résolution des problèmes aux limites du type elliptique*. Note de M. **Maurice Gevrey**.

La rédaction d'un Mémoire sur les fonctions de Green, où sont développées mes Notes précédentes (³) sur l'équation linéaire du type elliptique à m variables $F_P(u) = f_P$, m'a permis de préciser les hypothèses sur les

(¹) Cf. J. W. Alexander, *Trans. of the Am. math. Soc.*, **16**, 1915, p. 148.

(²) *Loc. cit.*

(³) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1109 et 1632, et aussi **182**, 1926, p. 36 (Note citée plus loin).

coefficients de F, fonctions du point $P(x_i)$, et sur la frontière S du domaine D, où l'on veut calculer u, vérifiant des conditions données sur S. J'avais indiqué que ce genre de problèmes peut se résoudre soit avec une *fonction de Green* G_P^Π, solution de $F = 0$ et de l'adjointe en $\Pi(\xi_i)$, soit en utilisant simplement une *fonction auxiliaire* V_P^Π, qui n'est autre qu'une *quasi-fonction de Green :* nous entendons par là que V et G, en tant que fonctions de P, vérifient la même condition aux limites et ont la même singularité pour $P\Pi = 0$, le pôle de $F_P(V_P^\Pi)$ étant d'ordre $< m$. *Or ces deux méthodes se ramènent à une seule.*

Prenons comme exemple le problème de Dirichlet : la solution est

$$u_P = q\int_S \frac{\partial G_P^M}{\partial N_M} u_M \, dS_M - q\int_D G_P^\Pi f_\Pi \, d\omega_\Pi$$

(N conormale intérieure, $q = [(m-2)\sigma_m]^{-1}$, σ_m surface de l'hypersphère unitaire). G_P^Π a pour expression $V_P^\Pi + \int_D V_P^Q \Phi_Q^\Pi \, d\omega$, Φ_P^Π étant la résolvante du noyau $qF_P(V_P^\Pi)$ pour la valeur *un* du paramètre λ de Fredholm. On en déduit aisément

(1) $$u_P = q\int_D V_P^\Pi \varphi_\Pi \, d\omega_\Pi + \chi_P, \qquad \chi_P = q\int_S \frac{\partial V_P^M}{\partial N_M} u_M \, dS_M,$$

φ satisfaisant à l'équation intégrale

(2) $$\varphi_P - q\int_D F_P(V_P^\Pi)\varphi_\Pi \, d\omega_\Pi = F_P(\chi) - f_P.$$

Or on montre que χ est égale à u sur S : les équations (1) et (2) sont donc celles que j'avais envisagées dans ma Note sur la *résolution des problèmes aux limites sans fonction de Green* (mais sans donner l'expression générale de χ).

Pour former V, nous supposerons [1] f et les coefficients de F *continus à la Hölder* ($|f_P - f_{P'}| < k|PP'|^\alpha$, k fixe et $\alpha \leq 1$). Soient alors $a_{ik}(P)$ le coefficient de $\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k}$, a_{ik} son mineur et $\mathfrak{S}$ la forme $\Sigma a_{ik}(\Pi)(x_i - \xi_i)(x_k - \xi_k)$, avec le déterminant des a_{ik} égal à *un*. Nous poserons $V_P^\Pi = \mathfrak{S}^{1-\frac{m}{2}} - \mathfrak{S}_2^{1-\frac{m}{2}}$, où $\mathfrak{S}_2$ désigne $\mathfrak{S} + 4s\sigma$ et s une fonction $s(P)$ [avec $\sigma = s(\Pi)$] satisfaisant aux

---

[1] Pour les coefficients autres que les a_{ik} les conditions d'existence des dérivées secondes du potentiel spatial peuvent suffire.

conditions suivantes : 1° dans D, s est > 0 et, sur S, $s = 0$ et

$$\frac{\partial s}{\partial n} = \left[\Sigma a_{ik} \alpha_i \alpha_k\right]^{-\frac{1}{2}} = \Psi^{-\frac{1}{2}}$$

(α_i cosinus directeur de la normale intérieure n); 2° les dérivées premières de s sont continues à la Hölder dans D + S et le produit de ses dérivées secondes par $s^{1-\alpha}$ est borné.

Dans ces conditions $F_P(V_P^{\Pi})$ a la forme

$$\sigma\left[K_1 s^{\alpha-1} \vartheta_2^{-\frac{m}{2}} + K_2 \vartheta_2^{-\frac{1}{2}} \vartheta^{\frac{\alpha-m}{2}}\right],$$

K_1 et K_2 étant des fonctions de P et Π continues (sauf peut-être pour $s = 0$ et $P\Pi = 0$) et *bornées* dans D + S. Cette forme permet le calcul de Φ, donc de G, ou, si l'on préfère, la résolution de (2), qui est possible du fait que $s^{2-\alpha}F(\chi)$ est borné dans D + S.

Comment choisir s ? — La fonction $\frac{\sigma_m}{2}\left[\int_S |PM|^{-m} \psi^{\frac{1}{2}} dS_M\right]^{-1}$ satisfait aux conditions imposées à s, pourvu que les normales en deux points M et M′ fassent un angle $< k|MM'|^{\alpha}$ [1].

Lorsqu'on se donne $H\frac{\partial u}{\partial N} + Ku = L$ sur S (*problème mixte*), on a une théorie analogue grâce au *point-image* P_1 $\left(x_i^1 = x_i - 2s\Sigma_k \overline{a_{ik}} \frac{\partial s}{\partial x_k}\right)$, $\overline{a_{ik}}$ étant soit a_{ik} lui-même s'il est deux fois dérivable, soit une fonction égale à a_{ik} sur S (formée comme il est dit en note).

Supposons $H = 1$: pour $K = 0$, on a le *problème de Neumann*, dont la solution est encore donnée par (1) et (2), χ étant égale à $q\int_S V_P^M L\, dS_M$ et V à $\vartheta_1^{1-\frac{m}{2}} + \vartheta^{1-\frac{m}{2}}$, où ϑ_1 s'obtient en remplaçant P par P_1 dans ϑ. Ici $\frac{\partial \chi}{\partial N} = L$ et $s^{1-\alpha}F(\chi)$ est borné.

Le problème mixte se ramène au problème de Neumann (pour $H = 1$) en posant $u = ve^z$, z étant l'intégrale $-q\int_S V_P^M K\, dS_M$, car $\frac{\partial v}{\partial N} = Le^{-z}$ sur S; la

---

[1] Avec l'exposant $-n$ au lieu de -1, on aurait une fonction *nulle sur* S *ainsi que ses* $n-1$ *premières dérivées normales*, la $n^{\text{ième}}$ ayant une *valeur donnée*. De même

$$\left[\int_S r^{-m}\, dS\right]^{-1} \int_S r^{-m} u\, dS$$

prend la valeur u sur S ($r = PM$).

continuité de L et K suffit, mais on peut traiter le cas de discontinuités finies.

Tous les problèmes aux limites sont ainsi résolus en supposant *les coefficients et le champ de normales continus à la Hölder :* la méthode permet donc, avec un changement de variables, de traiter le cas des *points anguleux*, que nous avions résolu autrement.

Il y a *cas singulier* quand $\lambda = 1$ est racine d'ordre p du déterminant de Fredholm : l'équation (2) sans second membre et son associée ont alors respectivement p solutions distinctes Z_i et z_i et les conditions de possibilité du problème de Dirichlet ou de Neumann sont $\int_S [F_P(\chi) - f_P] z_i(P)\, d\omega_P = 0$. La solution est de la forme $u + \Sigma C_i L_i$ (C_i constante).

Si le coefficient c de u est nul dans F, $\lambda = 1$ est *racine simple pour le problème de Neumann :* celui-ci n'admet que la solution $u =$ const. pour $L \doteq 0$ et $f = 0$. Si c et K sont $\leqq 0$, non nuls tous deux identiquement, *le problème mixte n'a qu'une solution.*

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur un problème fondamental de la théorie des tourbillons.* Note (1) de M. **J. Delsarte.**

La solution donnée par H. Poincaré du problème de la détermination des vitesses d'un fluide parfait dans un vase simplement connexe où l'on connaît les tourbillons, n'est pas sans présenter quelques difficultés. Tout d'abord elle exige la connaissance des vitesses à la paroi (ce point a été récemment éclairci par M. Henri Villat) et de plus la validité de cette solution n'est pas absolument évidente car la démonstration, classique dans le cas d'une distribution en volume de tourbillons, s'applique malaisément à la nappe de tourbillons introduite par Poincaré. On pourrait présenter la question de la manière suivante :

Désignons par A l'intérieur du vase, par S sa surface et par B l'extérieur; proposons-nous de déterminer dans tout l'espace un champ de vitesses

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{curl}\, W}$$

avec

$$\vec{W} = \vec{W}_1 + \vec{W}_2.$$

(1) Séance du 3 juin 1929.

les composantes P_1, Q_1, R_1, de $\vec{W}_1$ étant

$$P_1 = \frac{1}{2\pi}\int_A \frac{\xi' d\tau'}{r}, \qquad Q_1 = \frac{1}{2\pi}\int_A \frac{\eta' d\tau'}{r}, \qquad R_1 = \frac{1}{2\pi}\int_A \frac{\zeta' d\tau'}{r},$$

où (ξ, η, ζ) est le tourbillon donné. Nous voulons de plus que $\vec{V}$ soit nul dans B et que les composantes de $\vec{W}_2$ soient des potentiels de simples couches étendues sur S

$$P_2 = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{l' d\sigma'}{r}, \qquad Q_2 = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{m' d\sigma'}{r}, \qquad R_2 = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{n' d\sigma'}{r},$$

enfin nous posons la condition que l'on ait dans A

$$\text{curl}\,\vec{V} = 2(\xi, \eta, \zeta).$$

Il résulte immédiatement de tout cela que

$$\text{div}\,\vec{W}_2$$

est constant dans A et dans B. De plus en tenant compte des discontinuités des dérivées normales du potentiel de simple couche on constate que cela a pour conséquence que

$$\alpha l + \beta m + \gamma n$$

est constant sur S (on a désigné par (α, β, γ) les cosinus directeurs de la normale extérieure à S). On peut même supposer nulle cette quantité car cela revient à ajouter à $\vec{W}_2$ l'attraction d'une masse homogène épandue dans A. Dans ces conditions div $\vec{W}_2$ devient nulle dans tout l'espace.

Ceci posé, remarquons que les composantes de $\vec{W}_2$ étant harmoniques dans B ainsi que celles de curl $\vec{W}_2$, il est nécessaire et suffisant pour que $\vec{V}$ soit nul dans B que l'on ait sur S

$$\text{curl}\,\vec{W}_1 + \text{curl}\,\vec{W}_2 = 0$$

par continuité extérieure. Cette relation développée donne le système de Fredholm

$$\frac{1}{2}(n\beta - m\gamma) = \frac{\partial R_1}{\partial y} - \frac{\partial Q_1}{\partial z} + \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{n'\beta_1 - m'\gamma_1}{r^2}\, d\sigma'$$

. . . .

en désignant par $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ les cosinus directeurs de la droite qui joint le

point où l'on calcule les curl au point courant de S. Ce système, où ne figurent que des curl, a une infinité de solutions ne différant l'une de l'autre que par les composantes de l'attraction de masses homogènes épandues dans A, et si l'on suppose que

$$\alpha l + \beta m + \gamma n = 0,$$

il n'a plus qu'une solution. (Il est naturellement nécessaire, pour que le système soit possible, que le flux de $\overrightarrow{\text{curl}\, W_1}$ au travers de S soit nul, condition évidemment remplie.)

On montre ensuite que la solution ainsi obtenue convient, car div $\overrightarrow{W_2}$, évidemment nulle dans B et continue à la traversée de S, doit être nulle dans A puisqu'elle est harmonique dans cette région et nulle à la surface. Il faut ensuite remarquer que si l'on calcule $\overrightarrow{\text{curl}\, W_2}$, par continuité intérieure, sur S et si l'on tient compte du système vérifié par $\overrightarrow{W_2}$, on obtient comme composantes de la vitesse à la surface

$$u = n\beta - m\gamma, \quad v = l\gamma - n\alpha, \quad w = m\alpha - n\beta;$$

d'où

$$l = \gamma v - \beta w, \quad m = \alpha w - \gamma u, \quad n = \beta u - \alpha v,$$

en tenant compte de

$$\alpha l + \beta m + \gamma n = 0.$$

On retrouve bien ainsi les formules de Poincaré, les vitesses à la surface étant cette fois connues. Ajoutons enfin que si dans le système de Fredholm obtenu plus haut on effectue le changement de variables faisant passer de l, m, n à u, v, w, on retrouve le système obtenu par M. Henri Villat (1).

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur un desideratum formulé par Tisserand et la théorie des figures planétaires.* Note de M. **R. Wavre**, présentée par M. Hadamard.

On connaît l'utilité des développements de l'inverse de la distance en polynomes de Legendre pour l'étude des figures d'équilibre. Mais Tisserand, à la page 317 du Tome II de son *Traité de Mécanique céleste*,

(1) Voir H. Villat, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 837.

exprime le vœu que les développements donnés ne soient employés que là où ils convergent ou bien que leur emploi soit légitimé. Laplace et Poincaré n'ont pas entièrement observé cette condition.

Nous avons cherché à vaincre cette difficulté et cela nous a donné en même temps une méthode qui simplifie beaucoup la résolution de ce problème ardu des figures planétaires.

Nous creusons à l'intérieur de l'astre une cavité C, limitée par une surface S équipotentielle pour la pesanteur, et nous remplaçons l'action de la matière enlevée par une couche de niveau étalée sur S. En appelant M la masse totale de l'astre, U_0 le potentiel newtonien au pôle de S, Q le potentiel de la force centrifuge au point potentié, g l'intensité de la pesanteur sur S, ω la vitesse angulaire, f la constante de la gravitation universelle, ρ la densité, Z la zone comprise entre la surface S et la surface libre de l'astre et r la distance des points potentié et potentiant, on doit avoir la relation

$$(1) \qquad -M + \frac{1}{4\pi}\int\int g\,dS + f\int\int\int \rho\,dZ - \frac{\omega^2}{2\pi}\int\int\int dC = 0$$

qui n'est qu'une transformation d'une équation de Poincaré et la suivante :

$$(2) \qquad -U_0 + Q + \frac{1}{4\pi}\int\int \frac{g}{r}\,dS + f\int\int\int \frac{\rho}{r}\,dZ + \frac{\omega^2}{2\pi}\int\int\int \frac{1}{r}\,dC = 0.$$

Ces relations doivent être vérifiées quelle que soit la surface S et quel que soit le point potentié P à l'intérieur de S.

Dans la seconde équation, nous développons $\frac{1}{r}$ suivant les puissances de la distance τ de P au centre de l'astre ; le point P étant dans la cavité, τ peut être supposé inférieur à la plus petite distance du centre à la surface S. Le point potentiant étant sur S ou dans Z, le développement est absolument et uniformément convergent. Quant à l'intégrale étendue à C et à la densité $\rho = 1$, on la calcule à part en satisfaisant encore au desideratum de Tisserand.

Il faut donc annuler tous les coefficients des puissances de τ dans les développements du premier membre de l'équation (2). On obtient ainsi une infinité d'équations. Pour ω petit, on introduit l'aplatissement e

$$e = \sum_{q=0}^{\infty} e_q(t)X_q(\cos\theta) + \text{autres fonctions sphériques},$$

où t est le rayon polaire de S, θ la colatitude géocentrique et X_q les polynomes de Legendre.

Les équations obtenues se résument dans le tableau suivant, où D est la densité moyenne de la matière enlevée, t_1 le rayon polaire de la surface libre, g_0 la pesanteur au pôle de la surface S :

$$\frac{D}{3}\, t^{2-q}\left(qe + t\frac{de}{dt}\right) + \int_t^{t_1} \rho t^{1-q}\left[(q-2)e - t\frac{de}{dt}\right] dt,$$

$$+\frac{(2q+1)}{4\pi} \times \begin{cases} -iM + g_0 t^2 + \frac{2}{3}\omega^2 t^3 + 4\pi f \int_t^{t_1} \rho t^2\, dt, \\ -U_0 + \omega^2 t^2 + g_0 t + 4\pi f \int_t^{t_1} \rho t\, dt, \\ \frac{\omega^2}{3}, \\ 0 \end{cases}$$

Si la surface S est extérieure à l'astre, les intégrales disparaissent. La première ligne du second membre est relative à $q = -1$ et e_0 ; elle provient de l'équation de Poincaré ; la seconde est relative à $q = 0$ et e_0 ; la troisième à $q = 2$ et e_2, la dernière à $q = 1, 3, 4, 5, \ldots$ et à tous les coefficients des fonctions sphériques fondamentales autres que X_0 et X_2.

De cette dernière relation on déduit très facilement le *théorème de Laplace* suivant lequel la stratification est ellipsoïdale en première approximation.

La troisième équation prise sur la surface extérieure $t = t_1$ donne le *théorème de Clairaut* relatif à la différence de la pesanteur au pôle et à l'équateur. Cette troisième équation dérivée par rapport à t donne l'*équation de Clairaut-Radau*. Les deux premières jointes à la troisième donnent pour $t = t_1$ *la valeur exacte de l'aplatissement* et *de sa dérivée* par rapport à t, ces valeurs ont été données dans notre précédente Note (¹) où nous n'avions considéré que le cas $t = t_1$.

Enfin, si l'on met en évidence la partie principale de g_0 et de U_0, on tire des trois premières équations la relation, vraie à l'extérieure de l'astre,

$$e = \frac{\omega^2}{2fM}\left(t^3 + \frac{3k}{t^2}\right),$$

équation de Poincaré où k est une constante en relation avec la constante I de la précession des équinoxes.

(¹) *Sur le problème des figures d'équilibre d'une masse fluide hétérogène* (*Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 438, et *Errata*, p. 748).

Cette méthode développée ne prendrait guère plus qu'une dizaine de pages; elle permet, on le voit, d'obtenir et de coordonner les principaux résultats classiques et d'opérer en toute rigueur.

PHYSIQUE. — *Déterminations à température élevée de la chaleur spécifique de l'azote et de l'acide carbonique.* Note de M. **Marcel Chopin**, présentée par M. Henri Le Chatelier.

La chaleur spécifique des gaz n'est connue qu'imparfaitement. Dans l'intervalle 0°-200° C. les écarts des différentes déterminations atteignent 4 pour 100. Vers 1000° les divergences s'accentuent très notablement, surtout en ce qui concerne l'acide carbonique.

Mallard et Le Chatelier utilisèrent l'explosion d'un mélange gazeux et ils donnèrent les chaleurs d'échauffement entre 1500 et 2000° C. Ces mesures ont une grande importance, car elles fixent les chaleurs spécifiques à des températures très élevées qu'il serait difficile d'atteindre par un autre procédé. La méthode d'explosion est cependant d'une application difficile en raison des interprétations qu'elle nécessite. Holborn et Henning reprirent à température élevée la méthode calorimétrique de Regnault; elle les conduisit à introduire d'importantes corrections, et l'emploi qu'ils firent d'un couple thermo-électrique pour mesurer la température des gaz a certainement compromis l'exactitude de leurs résultats.

J'ai indiqué précédemment [1] comment il est possible d'éliminer presque complètement les termes correctifs dans une mesure calorimétrique de la chaleur spécifique des gaz effectuée à une température élevée. La gaine à circulation d'eau froide qui enveloppe presque entièrement le calorimètre permet de mesurer exactement les pertes latérales qui atteignent à 1000° près de 50 pour 100 de l'énergie totale. La sortie des gaz s'effectue, avec le minimum de pertes, à travers un orifice en mince par i qui s'oppose au contact direct de la veine gazeuse avec le diaphragme, et qui sert à mesurer leur température par la méthode nouvelle que j'ai décrite. A 1000° la puissance dissipée est de 2100 watts, le débit gazeux est d'environ 60^g par minute, et l'importance de ces facteurs limite encore les erreurs relatives. On s'en convaincra par l'examen du bilan thermique qui, à cette température, est sensiblement le suivant : courant gazeux, 52 pour 100; courant

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1832.

d'eau, 47,7 pour 100; pertes par rayonnement au niveau du diaphragme et de l'orifice, 0,3 pour 100; chaleur abandonnée ou absorbée par l'enveloppe extérieure, comprise entre 0 et ± 0,2 pour 100. La chaleur absorbée par le courant gazeux peut donc être mesurée avec une grande précision. D'autre part les vérifications que j'ai faites (¹) de ma méthode aéro-dynamique permettent de penser qu'à 1000° l'erreur commise sur la température des gaz n'excède pas 4 à 5°. Dans ces conditions la marge d'incertitude que présentent les résultats moyens doit être très limitée.

Le débit gazeux est obtenu par pesée des bouteilles renfermant de 8 à 10^{kg} de gaz, dont le contenu est entièrement utilisé à chaque expérience. A la sortie du régulateur de débit le gaz traverse un réservoir de 80 litres, puis un faisceau tubulaire suivi du premier orifice O_1 température connue; il pénétre dans le calorimètre déjà décrit, s'échauffe au contact de la résistance électrique et s'échappe par l'orifice O_2 de 6^{mm} de diamètre, percé au centre d'un disque de platine de 35^{mm} de diamétre. Ce dernier est brasé à sa périphérie à la flasque refroidie par la circulation d'eau, et une couronne d'amiante placée intérieurement le protège partiellement contre le rayonnement. Deux couples thermo-électriques inégalement distants de O_2 et fixés au diaphragme permettent de connaître, par extrapolation, la température du platine à l'orifice. Un essai, sans la circulation des gaz, donne le moyen de comparer les indications du wattmètre électrodynamique à celles des thermomètres au 1/50° placés en amont et en aval du courant d'eau. Les résultats obtenus ont été les suivants : Chaleur d'échauffement moléculaire Q rapportée à l'élévation de température $t_s - t_e$:

	$t_s - t_e$.	312°-20°.	375°-22°.	399°-18°.	698°-18°.	741°-17°.	
$Az^2 = 28^g$.....	Q	2,03	2,51	2,72	5,00	5,27	
		894°-22°.	967°-21°.	974°-17°.	989°-17°.	1033°-23°.	
		6,38	6,93	7,08	7,03	7,60	
	$t_s - t_e$.	262°-19°.	264°-20°.	414°-18°.	542°-16°.	558°-17°.	787°-19°.
$CO^2 = 44^g$.....	Q	2,47	2,42	4,18	5,74	5,94	8,73
		903°-20°.	930°-17°.	931°-17°.	944°-17°.	1038°-16°.	1042°-18°.
		10,12	10,65	10,65	10,90	12,10	12,13

Ces résultats conduisent à la chaleur spécifique moyenne d'une molécule, à pression constante, de 0° à t° C. (C_p = Q complété à 0° C./t).

t...........	200°.	400°.	600°.	800°.	1000°.
Az^2 (C_p en p. cal.).....	6,95	7,06	7,17	7,28	7,39
CO^2 »	9,75	10,40	10,95	11,38	11,75

La précision de la méthode que j'ai employée décroît vite au-dessous de 200° et,

(¹) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 935.

d'autre part, je n'ai pas pu dépasser sensiblement 1000° par suite de l'altération des résistances.

Azote. — Les résultats sont représentés par $C_p = 6,82 + 0,00058t$. La chaleur spécifique croît linéairement avec la température, ainsi que l'ont montré les premiers Mallard et Le Chatelier. Le coefficient angulaire 0,00060 qu'ils ont obtenu coïncide sensiblement avec celui donné ci-dessus, et les écarts sur C_p entre les deux déterminations n'excèdent pas 1 pour 100.

Air. — Cinq essais ont été effectués. Ils conduisent à une chaleur spécifique sensiblement égale à celle de l'azote vers 500°, mais supérieure de 1 pour 100 à celle-ci à 1000°. Cette différence ne doit pas être retenue car elle semble provoquée par la contraction partielle de l'oxygène qui diminue d'autant la dénivellation à l'orifice O_2 et par suite la température calculée.

Anhydride carbonique. — Les résultats obtenus sont représentés par la forme suivante :

$$C_p = 8,9 + 0,61\left(\frac{t}{100}\right)^{0,673}.$$

J'ai comparé mes résultats à ceux de Mallard et Le Chatelier, en portant sur un graphique les points figuratifs des chaleurs d'échauffement moléculaire des deux groupes de détermination. L'extrapolation à 1500° conduit à 21,2 contre 19,1 pour mes essais, soit un écart de 11 pour 100. La comparaison de mes résultats avec ceux d'Holborn et Henning montre que la concordance des chaleurs d'échauffement moléculaire est très satisfaisante à 200°, pour Az comme pour CO^2, mais les courbes figuratives divergent avec la température. A 1000° les nombres d'Holborn sont inférieurs aux miens de 3,5 pour 100 pour CO^2 et 4 pour 100 pour Az.

THERMODYNAMIQUE. — *Il n'y a pas de second principe. Esquisse d'une thermodynamique concrète.* Note de M. C. Raveau.

I. La thermodynamique, étudiant des transformations réversibles ou irréversibles, démontre des égalités et une condition de signes. Les égalités qui visent les cycles fermés réversibles sont la conséquence de la seule notion de réversibilité et non d'aucun principe se traduisant par une inégalité. Clausius s'est lourdement trompé et a causé à la science un incalculable préjudice en confondant deux choses aussi distinctes, dans Carnot et Clapeyron, que le théorème et le principe et en voulant, pour rectifier la

démonstration du premier, en faire une conséquence du second (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 313).

Pour l'inégalité, il ne convient pas de la considérer comme la conséquence d'un principe (ou même comme un principe) qui n'est démontré que par l'ensemble de ses conséquences. Tout d'abord le principe de Carnot parle de travail suivant un cycle fermé et *la notion du cycle fermé échappe* quand on arrive au second ordre et qu'on s'en tient à la première approximation. Un cycle quadrangulaire devient un parallélogramme; la longueur des côtés partant d'un sommet donné n'importe pas; il ne reste que les deux directions. De même pour un cycle triangulaire. Il en est ainsi tant qu'on ne fait pas entrer en ligne le *troisième ordre*, en précisant qu'il s'agit d'un cycle de Carnot, ou qu'on ne tient pas compte des variations que M. G. Bruhat note $d^2 Q_{vt}$, etc. (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1601).

D'autre part il est possible de se faire une idée d'ensemble des modifications étudiées et de reconnaître entre elles une similitude précise qui remplace avantageusement l'unité qu'elles avaient obscurément dans le principe. La thermodynamique étudie les propriétés *thermomécaniques* (au sens le plus large de la seconde partie du terme) des modifications dépendant de deux paramètres, par exemple p, E. Si une troisième variation est possible, thermique par exemple, les deux précédentes seront censées à t constant ou adiabatiques. Les actions thermiques sont ici traitées sur le même pied que les autres.

II. La *condition de signes* est la règle des quatre directions (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1543), forme géométrique du principe de Le Chatelier. Complétons en montrant qu'elle peut être rendue évidente.

Partons des équilibres sous tension fixe : *a*. Pour un liquide en présence de sa vapeur, les directions $dp = 0$, $dt = 0 (\varphi, \varphi')$ sont confondues. Elles se séparent graduellement quand on sort de ce domaine par un point voisin du point critique. Alors, en vertu de la condition de stabilité vulgaire $(dQ\,dt)_p > 0$, $dp = 0$ se place entre $dt = 0$ et $dv = 0$ et y reste.

b. Un corps fond réversiblement à t en absorbant des calories; s'il y a un état métastable d'où le liquide puisse revenir adiabatiquement à t, on ne peut l'atteindre qu'en enlevant ces calories. A haute température, le liquide est stable; la loi de van't Hoff est nécessaire *a priori*. On passe de là au cas où le liquide dissout un autre corps, qui est entièrement semblable à celui d'une dissolution en présence d'un excès du corps dissous, etc.

Sous la forme d'inégalité, elle est plus qu'évidente dans le cas, par exemple, d'un gaz dont une partie peut être temporairement soustraite à une variation isotherme de la pression extérieure : $\Delta v_{\varphi'}/\Delta v_{q'}$ est égal au quotient de la masse totale par la masse que laisse en jeu la liaison, donc > 1. Admettre que l'inégalité se conserve dans tous les cas, c'est donner un caractère de la *liaison* (cf. *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 1093).

III. Il est clair que, dépassant un peu ce que j'ai déjà dit, on peut affirmer qu'il n'y a pas de second principe. Il a fallu le génie de Carnot pour apercevoir les propriétés d'une quantité complexe comme le travail; mais cette notion, certes universelle, n'est pas pour cela primordiale. L'intérêt qu'elle présente est, comme l'explique son origine, surtout industriel; c'est le terme même dont Gouy se sert à propos de l'énergie utilisable.

Une première leçon de thermodynamique passera en revue, avec quelque précision, les diverses actions thermomécaniques, parlant au moins sommairement de la pile, des actions pyro- et piézoélectriques, de la pression de radiation, de façon à donner l'idée que l'essentiel est l'étude des phénomènes et non un exercice de développement logique.

IV. Une autre forme de l'inégalité générale vise expressément l'irréversible et attribue un rôle spécial à la chaleur. Elle est suggérée par la détente de Joule, dans laquelle l'effet thermique du frottement du gaz relève la température : *Adiabatiquement*, l'élévation *de température* Δt *causée par une variation* Δp (*ou* ΔE, ...) *est minima dans la réversibilité*. C'est ce qu'on exprime d'une façon obscure et abstraite en parlant d'augmentation de l'entropie. Cette propriété appelle une correction aux résultats de l'expérience de Clément et Desormes.

V. *Égalités.* — La proportionnalité absolue entre la force vive détruite ou le travail consommé et les calories apparues est une conséquence du déterminisme (*Soc. Phys.*, Bull. 271, 1929, p. 115). Évitant les généralités illusoires, on passera au cas des cycles réellement utilisés : cycle de R. Mayer (que Carnot avait décrit avant lui), cycle de Carnot, auxquels s'étend l'équivalence, qui est proprement une propriété d'état initial et d'état final : invariance de $(JQ - W)_A^B$. *Il n'y a aucune raison* de donner un nom spécial à cette quantité et surtout de considérer comme réalité existant sous ce nom *quelque chose* qui existerait *dans* un système. Il convient de ne penser qu'à l'expression *expérimentale* ci-dessus. D'ailleurs les longs développements généraux auxquels donne lieu l'énergie interne n'ont

guère d'application que pour les gaz parfaits, dont il faudrait simplement dire que leur équation est $J\,dQ - p\,dv = c\,dt$.

Pour les cycles réversibles isothermes, on a l'égalité $W = 0$. Enfin l'inégalité générale, *remontant* au principe de Carnot, signifie que le produit $(dp_1\,dv_2 - dp_2\,dv_1)\,(dt_1\,dQ_2 - dt_2\,dQ_1)$ pour un cycle triangulaire réversible est > 0. On est alors préparé à mettre le quotient des deux binomes, par simple définition de la réversibilité, sous la forme $J/T.\,dT/dt$ (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1265, et 188, 1929, p. 213).

VI. La notion d'entropie est *boiteuse*. Clausius n'a pas le droit de passer de $dQ_1/dQ_2 = T_1/T_2$ à $dQ_1/T_1 = dQ_2/T_2$. Il faudrait toujours écrire $dQ.\,T_0/T$. Alors on n'oublierait pas qu'on fait simplement correspondre à dQ, par un cycle de Carnot, une quantité mesurée à T_0 (*chaleur réduite*, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1337, § V), comme dans l'expression de l'énergie utilisable de Gouy. On ne parlerait plus d'entropie pour une transformation isotherme, comme le mélange des gaz, etc.; l'entropie et son mystère s'évanouiraient.

ÉLECTRICITÉ. — *Calculs d'électrostatique concernant la décharge électrique entre deux sphères*. Note de M. **R. Darbord**, présentée par M. Brillouin.

Les expériences de Franck et Hertz expliquent que dans un gaz rare, où les électrons rebondissent sur les atomes d'une manière élastique, la décharge électrique soit déterminée par la différence de potentiel entre les électrodes; malgré les chocs, l'électron peut, dans le champ électrique, totaliser l'énergie cinétique nécessaire à l'ionisation des atomes.

Dans l'oxygène, au contraire, où les chocs des électrons sont mous, la décharge doit plutôt être déterminée par la grandeur du champ électrique, là où il est le plus intense. Il semble intéressant d'étudier, en partant de ce point de vue, les expériences d'Abraham et Villard, sur la décharge entre sphères, dans l'air à la pression atmosphérique [1].

MM. Abraham et Villard ont fait des mesures précises avec des sphères égales portées à des potentiels opposés. Le champ a sa plus grande valeur h aux pôles en regard des sphères. Il faut calculer h en fonction de la diffé-

---

[1] *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 1200. Voir aussi *Recueil de constantes physiques* p. 566.

rence de potentiel V. Nous emploierons les notations : R pour le rayon des sphères, cR pour la distance des centres, d pour l'écartement des sphères.

J'ai établi deux formules approchées, l'une valable pour les petits écartements, l'autre pour les grands écartements.

La première formule a été obtenue en assimilant les lignes de force, au voisinage de la ligne des centres, à des arcs de cercle normaux aux sphères; en remplaçant la formule obtenue par les premiers termes de son développement en série, on a

$$(1) \qquad h = \frac{V}{R}\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{3} + \frac{d_1}{90}\right) \qquad \text{avec } d_1 = \frac{d}{R}.$$

La seconde formule résulte d'une approximation dans l'application de la méthode de lord Kelvin :

$$(2) \qquad h = \frac{V}{2R}\left[1 + \frac{c+1}{(c-1)^2} + \frac{c}{(c^2-c-1)^2} + \frac{1}{(c-2)(l-1)}\right],$$

avec

$$l = \frac{c + \sqrt{c^2 - 4}}{2}.$$

Suivant que d sera plus petit ou plus grand que 0,8R, nous utiliserons la formule (1) ou la formule (2); l'erreur commise sera toujours inférieure au centième.

Si l'on calcule ainsi le champ maximum pour chaque mesure d'Abraham et Villard, on trouve que *pour deux sphères données, la décharge se produit pour une valeur déterminée du champ maximum;* ce résultat se vérifie à quelques centièmes près. Pour deux sphères de 10^{cm} de diamètre et la distance variant entre 1^{cm} et 36^{cm}, les valeurs calculées pour le champ maximum, d'après les valeurs du potentiel explosif, restent comprises, irrégulièrement, entre 33,4 et 35,8 kilovolts par centimètre; le potentiel explosif varie de 32 à 300 kilovolts.

Suivant le diamètre D des sphères, le champ maximum nécessaire h varie lentement :

D (cm)	5	10	30
h (kilovolts par cm)	38	35	31

Pour les sphères de 5^{cm}, la valeur de h a été obtenue avec un tableau de résultats où le potentiel explosif s'est élevé jusqu'à 153 kilovolts. Si la différence de potentiel V est suffisante, 300 kilovolts par exemple, le champ à la surface des sphères est déjà égal à 60 kilovolts par centimètre lorsque

les sphères sont très éloignées. En étudiant un autre tableau de résultats donnant la distance explosive jusqu'à 300 kilovolts, on constate que l'allure du phénomène change quand V devient supérieur à

$$38 \times D = 190 \text{ kilovolts},$$

valeur qui correspond à un champ de 38 kilovolts par centimètre à la surface des sphères supposées très éloignées. Au-dessous de cette valeur, la décharge se produit quand le champ maximum atteint 38 kilovolts par centimètre. Au-dessus, quelle que soit la distance des sphères, il doit se produire des effluves et les conditions de la décharge sont plus complexes.

Pour $D = 10^{cm}$ et $D = 30^{cm}$, le phénomène changerait d'allure vers 350 kilovolts et 930 kilovolts. Comme les expériences d'Abraham et Villard ont été effectuées jusqu'à 300 kilovolts, la constance du champ maximum explosif ne cesse pas d'être vérifiée.

On se trouve en mesure d'extrapoler largement les résultats expérimentaux. Supposons que la distance explosive soit égale à un mètre avec des sphères de 30^{cm} :

$$d = 100, \quad R = 15, \quad c = 8,67, \quad l = 8,55.$$

La formule (2) donne

$$h = \frac{V}{2R} \times 1,186$$

et, comme le champ maximum explosif doit être égal à 31 kilovolts par centimètre, si V est inférieur à 930 kilovolts, on trouve :

$$V = 785\,000 \text{ volts}.$$

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Vernis superficiels et solutions superficielles de l'acide myristique.* Note de M. **Fahir Emir**, présentée par M. Jean Perrin.

M. André Marcelin nous a proposé de rechercher si l'hypothèse qu'il a faite et vérifiée à propos de l'acide oléique, à savoir que la juxtaposition des molécules dressées sur la surface de l'eau se produit lorsque la solution superficielle est saturée, est susceptible de généralisation.

Nous nous sommes adressé à l'acide myristique, le seul acide dans la série saturée qui, à la température ordinaire (18°), donne spontanément un film par simple contact avec l'eau (les termes supérieurs, acide palmitique, etc.

ne forment pas spontanément de film, les termes inférieurs; acide laurique, etc. sont solubles).

Nous avons constaté d'abord que la substance semble cesser de s'étendre spontanément sur l'eau lorsque la température descend en dessous de 15°. Dans ce cas, on peut cependant former un film flottant en déposant sur l'eau une goutte de la dissolution de l'acide dans le benzène (procédé Devaux). Le film ainsi formé est alors, suivant la distinction établie par M. A. Marcelin; un vernis (formation artificielle) et non plus une solution superficielle (formation spontanée) [1].

Le vernis comporte probablement en certains points de sa surface de petits assemblages de molécules qui, lorsque la température s'élève, se désagrègent provoquant (sous pression superficielle constante) une augmentation de la surface. Nous pensons, avec M. Marcelin, que c'est en cette désagrégation que consiste la réextension sous pression constante observée par M. Labrouste [2]. (Entre 18° et 30° pour l'acide myristique.)

Un film d'acide myristique ayant été formé sur l'eau par le procédé Devaux à 14° (vernis superficiel), on sait que, par compression, sa pression peut atteindre une valeur supérieure à 40 dynes/cm. Nous nous sommes proposé de rechercher si cette pression, à surface constante, se maintenait l'orsqu'on abandonne le film à lui-même, et nous avons constaté qu'il n'en était rien et qu'au contraire la pression décroissait progressivement, tendant asymptotiquement vers une pression superficielle fixe égale à 14 dynes/cm, indépendante et de la pression initiale à laquelle on avait comprimé le film et, pratiquement, de la température (dans l'intervalle utilisé); la vitesse de la chute de pression dépend seule de ce dernier facteur. Les résultats obtenus à diverses températures sont les suivants :

TABLEAU I.

Température.	Pression initiale.	1'.	2'.	3'.	4'.	5'.	6'.	7'.	8'.	
11°........	54,4	42,8	40,4	38,1	37,0	35,3	33,5	33,1	32,5	dynes/cm
15°........	49,2	40,6	36,0	31,4	-	20,2	15,2	**14,4**	**14,2**	»
20°........	31,4	22,6	19,6	17,7	16,2	14,8	**14,0**	**14,0**	**14,0**	»

Il n'est pas douteux que cette pression de 14 dynes/cm corresponde du palier de saturation de l'acide myristique; on remarque en effet que l'ex-

---

(1) ANDRÉ MARCELIN, *Annales de Physique*, 10e série, 4, 1925, p. 471.

(2) H. LABROUSTE, *Transformations moléculaires dans les couches minces à la surface de l'eau* (*Thèse*, Paris 1920).

tension spontanée de l'acide myristique sur l'eau, à 19°, donne un film dont la pression superficielle est précisément égale à 14 dynes/cm environ et s'oppose à l'extension spontanée d'une parcelle de la substance.

Le fait que ce palier de saturation n'avait pas été observé tient à ce que la vitesse avec laquelle la pression du film surcomprimé retombe à la valeur qui correspond à l'équilibre stable est lente, au point même de conférer l'apparence de stabilité au film surcomprimé observé à 11°.

L'examen d'un film d'acide myristique considéré sous la pression de saturation de 14 dynes/cm et en l'absence de parcelles révèle au bout d'un certain temps une nouvelle chute de pression, très lente cette fois, dont la vitesse est également fonction de la température. Par sa vitesse, le phénomène est bien distinct du précédent; c'est une solubilité (très faible) qui intervient probablement ici, comme nous l'avions observée à propos de l'acide oléique (¹); cette nouvelle chute de pression pourrait être évitée, comme dans le cas du camphre, par la présence d'une parcelle flottante dont les apports compenseraient la dissolution de la couche superficielle.

On lira dans le tableau suivant l'importance de cette chute de pression à diverses températures, sur l'eau pure et sur l'eau acidulée (en dynes/cm):

Tableau II.

	Eau distillée.						HCl N/20.					
Température.	Pression initiale.	2'.	4'.	6'.	8'.	10'.	Pression initiale.	2'.	4'.	6'.	8'.	10'.
15°...	13	13	13	13	13	13	13,5	13,5	13,5	13,5	13,5	13,5
19....	14	13,3	12,9	12,5	12,3	12,2	13,7	13,7	13,6	13,6	13,5	13,5
25....	13	10,7	9,5	8,1	7,9	7,9	13,9	12,5	12	11,9	11,9	11,7
28....	13,2	11,1	9,6	8,5	7,7	7,5	»	»	»	»	»	»

Il ressort de ces observations : 1° que le film ne se met pas aisément en équilibre superficiel en dessous de 20° (tableau I); 2° que le film est moins soluble sur l'eau acidulée (HCl N/20) que sur l'eau distillée; 3° que sur l'eau acidulée la solubilité du film commence à se manifester entre 19° et 25° (tableau II).

Les conditions dans lesquelles doit être déterminée l'épaisseur du film d'acide myristique saturé sont donc les suivantes : température 19° à 21°; support HCl N/20.

Mode opératoire. — On forme, dans les conditions ainsi précisées, une couche dosée d'acide myristique dont la pression soit de l'ordre de 2

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1284.

à 3 dynes/cm. On comprime progressivement cette couche jusqu'à ce que sa pression atteigne le palier de 14 dynes/cm. On calcule par la méthode ordinaire l'épaisseur moyenne du film dans cet état final. On trouve $l = 16$ Å. La surface occupée par chaque molécule est de 26 Å^2.

L'épaisseur du film saturé d'acide myristique est donc égale à la demi-épaisseur du gradin (qui comporte deux assises moléculaires) élémentaire de l'acide solide mesurée par la méthode de la spectroscopie par les rayons X. Soit $\frac{32,2}{2} = 16$ Å (Becker et Jancke) [1].

L'hypothèse de M. Marcelin se trouve donc vérifiée dans le cas de l'acide myristique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les phénomènes lors du revenu des aciers hypertrempés.* Note [2] de MM. **Pierre Chevenard** et **Albert Portevin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans une Note présentée à la séance du 18 mars, MM. André Michel et Pierre Benazet ont exposé les phénomènes dilatométriques lors du revenu des aciers austénitiques hors d'équilibre (c'est-à-dire hypertrempés); ils en distinguent deux types qu'ils considèrent comme ne présentant entre eux aucune différence de nature, mais seulement dans les valeurs des résistances passives. Ces phénomènes avaient déjà été rencontrés par nous à l'occasion de l'étude générale du revenu des aciers et l'un de nous avait signalé ces deux catégories en exprimant une opinion toute différente lors d'une intervention à la réunion d'octobre 1927 du « Verein Deutscher Eisenhüttenleute à Berlin » reproduite dans *Archiv für das Eisenhüttenwesen* de février 1928.

Nous nous contenterons pour le moment d'en résumer ci-après les passages essentiels :

Les figures 1 et 2 donnent des cycles dilatométriques poussés à des températures progressivement croissantes relatifs à des exemples fournis par des aciers hypertrempés à teneur peu élevée en éléments spéciaux.

Premier exemple (*fig.* 1) : *Acier au manganèse* (C = 1,5; Mn = 2,26) *hypertrempé.* — Jusqu'à 300° (courbes 1, 2 et 3) on conserve l'état austénitique caractérisé par sa grande dilatabilité, son aspect micrographique et sa

(1) Becker und Jancke, *Roentgenspectroscopische Untersuchungen von organischen Verbindungen* (*Zeit. phys. Chemie*, 99, 1921, p. 242-274).

(2) Séance du 10 juin 1929.

faible dureté (de l'ordre de 200 Brinell) après traitement. Puis, sur la courbe 4, on note, *à l'échauffement*, vers 400°, un crochet vertical brusque qui marque un dégagement notable de chaleur correspondant au *retour à l'état stable à froid* « Feα + Fe^3C » *ou sorbite* : La présence de Fe^3C mis en liberté au cours de ce revenu est prouvée, en effet, par l'anomalie C, la transformation magnétique de la cémentite est bien visible sur la courbe de

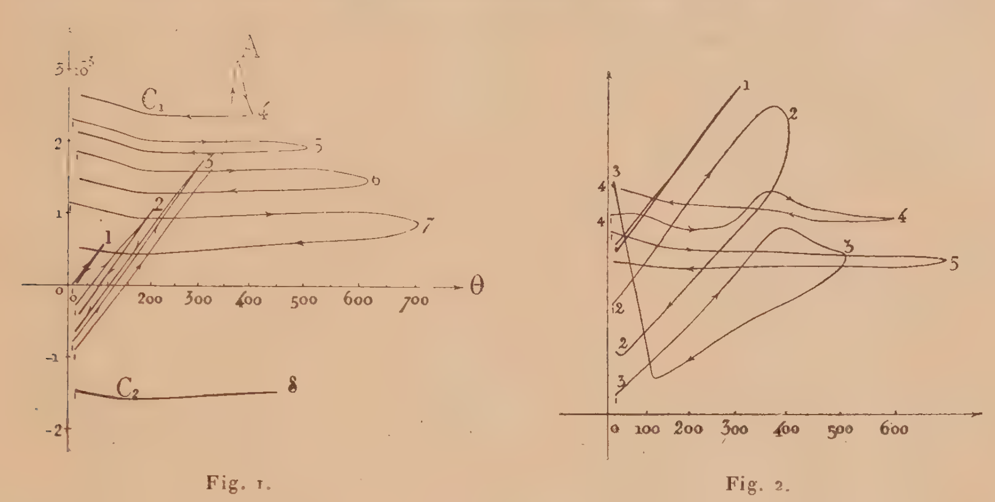


Fig. 1. Fig. 2.

retour. D'autre part l'état α du fer est démontré par l'inclinaison moyenne de la courbe de retour du cycle 4 qui est presque horizontale : la dilatabilité est donc devenue voisine de celle de l'étalon qui était en fer pur. Ces conclusions, d'ailleurs, sont entièrement confirmées par l'examen micrographique après traitement et par la variation de la dureté, cette dureté étant alors de l'ordre de 370-400 Brinell.

L'état stable à froid étant réalisé, les cycles suivants 5, 6, 7 n'accusent aucune modification physico-chimique, le revenu ne fait alors que diminuer progressivement la dureté par coalescence.

Deuxième exemple (*fig.* 2) : *Revenu d'un acier au chrome hypertrempé* (C = 1,5; Cr = 2,26; acier 1884). — Les courbes sont données figure 2. Sans entreprendre la description de détail des divers cycles, on remarquera que le cycle 3 présente vers la fin du *refroidissement* une expansion considérable caractérisant la formation de *martensite*, la dilatabilité moyenne devient ensuite celle du fer α comme précédemment et l'on peut contrôler l'apparition de la martensite par la micrographie et l'essai Brinell; la dureté passe de 200 à 385-400. Mais c'est alors un *phénomène de trempe*

secondaire très différent du précédent ([1]). La chauffe provoque le dépôt d'une partie du carbone dont l'austénite est sursaturée, sous forme de carbure complexe (phénomène marqué par la contraction progressive au chauffage des cycles 2 et 3); cette austénite ainsi privée d'une partie des éléments qui contribuaient à la maintenir à l'état hors d'équilibre subit, au refroidissement, la transformation « austénite-martensite » qui est la réaction de la trempe physico-chimique des aciers.

Le mécanisme des phénomènes au revenu est donc radicalement différent dans ces deux exemples que l'on peut synthétiser en simplifiant de la manière suivante :

Réaction à la chauffe.	Réaction au refroidissement.
Premier exemple.	
Austénite → Fe^3C + Fe α (sorbite)	Pas de réaction, le chauffage ayant restitué l'état à froid stable
Deuxième exemple.	
Austénite → Carbure complexe de fer et de chrome + austénite moins carburée	Austénite → martensite (trempe secondaire)

Ces deux modalités, *entièrement distinctes*, aboutissent cependant toutes deux au même effet sur la dureté, c'est-à-dire à une augmentation de l'ordre de 200 Brinell; bien entendu, elles ne sont nullement spécifiques de catégories déterminées d'aciers.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'oxydabilité du silicium et la variété allotropique de Moissan et Siemens.* Note ([2]) de M. A. SANFOURCHE, présentée par M. H. Le Chatelier.

Moissan et Siemens ([3]) ayant fait cristalliser du silicium dans l'argent ont constaté qu'il est partiellement soluble dans l'acide fluorhydrique et en

([1]) Ce phénomène de trempe secondaire lors du refroidissement qui suit le revenu a été signalé, croyons-nous, la première fois par Andrew Kippon et Miller (*J. Iron Steel Inst.*, **101**, 1920, p. 601) sur un acier nickel-chrome carburé et trempé à 1000°. On le rencontre fréquemment avec les aciers à 12-15 pour 100 Ni carburés et les aciers chrome-tungstène à coupe rapide.

([2]) Séance du 10 juin 1929.

([3]) MOISSAN et SIEMENS, *Comptes rendus*, **138**, 1904, p. 1299.

ont conclu qu'il constitue une variété allotropique. Ce serait l'unique propriété chimique qui la caractériserait, les propriétés physiques telles que la densité et la forme cristalline demeurant inchangées. W. Manchot et ses collaborateurs (¹) ont admis que ce caractère appartient toujours au silicium, mais varie avec son état de division et non avec sa forme allotropique. Récemment, M. Bedel (²) a attribué un rôle essentiel à la concentration de l'acide fluorhydrique et, quand les conditions s'y prêtent, aux oxydations et à la production de forces électromotrices; l'influence des corps oxydants ajoutés à l'acide fluorhydrique est bien connue, mais ne s'applique pas au cas qui nous occupe, tandis que l'oxydation par l'air nous paraît beaucoup plus importante pour expliquer la solubilité du silicium dans l'acide fluorhydrique pur.

L'oxydabilité du silicium très divisé peut devenir manifeste à une température bien inférieure à celle que l'on a crue nécessaire pour sa combustion vive, et même à celle de 400° qui a été indiquée par Roll (³) comme la limite au-dessous de laquelle la formation de silice n'est plus perceptible. C'est ainsi que, lorsque le silicium à un état de division convenable vient d'être en quelque sorte décapé par un traitement à l'acide fluorhydrique, si l'on évapore l'acide qui l'imprègne par chauffage dans une capsule de platine vers 150°, on le voit parfois, aussitôt arrivé à sec, devenir incandescent en un ou plusieurs points; l'incandescence se propage de proche en proche, et le laisse en grande partie recouvert d'une couche blanche de silice. Si l'on recommence le traitement, il peut arriver que le même phénomène se reproduise, si bien qu'après un petit nombre de semblables opérations, il ne reste que quelques milligrammes de silicium. Par exemple, du silicium à 95,5 pour 100 de pureté, retiré d'un lingot d'argent à 1,50 Si pour 100, a donné sous l'action de la solution fluorhydrique :

Après	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	attaques.
Perte de poids.....	5,60	**21,56**	**49,36**	**74,60**	**89,65**	93,57	94,65	pour 100

Les chiffres en gras indiquent les cas où l'on a pu observer la combustion vive; on voit qu'ils correspondent à une dissolution rapide.

La division du silicium peut être réalisée mécaniquement, et la solubilité

(¹) W. Manchot, *Z. anorg. Chem.*, **120**, 1921, p. 277, et **124**, 1922, p. 333, et *Ber. d. chem. Ges.*, **54**, II, 1921, p. 3107. — Manchot et Funk, *Z. anorg. Chem.*, **122**, 1922, p. 22. — Manchot, Funk et Köhler, *Ibid.*, **122**, 1922, p. 277.

(²) Ch. Bedel, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1255 et 1294.

(³) Franz Roll, *Z. anorg. Chem.*, **158**, 1926, p. 343.

s'en trouve accrue sans qu'on puisse invoquer un cas d'allotropie : du silicium cristallisé dans l'aluminium, en grandes lamelles, a été réduit au mortier d'agate en poudre impalpable; des attaques successives dans des conditions identiques ont amené les diminutions de poids suivantes :

Après	1.	6.	11.	14.	18.	attaques.
Gros cristaux...............	0,21	0,74	1,48	2,06	2,39	pour 100
Les mêmes porphyrisés........	2,68	9,08	19,45	34,73	38,77	pour 100

Le silicium n'ayant pas été dissous dans l'argent peut manifester aussi une solubilité élevée dans l'acide fluorhydrique. Un échantillon d'aspect amorphe ([1]), à 98,4 pour 100 de Si, obtenu en réduisant la silice par le magnésium, a perdu :

Après	2.	7.	12.	20.	30.	45.	attaques.
	15,07	32,60	51,75	76,24	90,10	96,34	pour 100

L'incandescence a pu être constatée une fois au cours de cette série d'essais.

Il est possible que l'oxydation à basse température n'aille pas toujours jusqu'à la formation de silice, mais donne quelquefois des dérivés moins oxydés, tels que Si^3O^2 et Si^3O^4, signalés par Hœnigschmidt ([2]), ou des composés ternaires comme le silicon et le leucon de Wöhler; cela expliquerait que Manchot ait parfois constaté un dégagement d'hydrogène :

$$Si^3O^4 + 12\,HF = 3\,SiF^4 + 4\,H^2O + 2\,H^2.$$

Nous n'avons observé que rarement un dégagement gazeux dans nos expériences, et lorsqu'il s'est produit, il était trop faible pour en permettre l'analyse et même la mesure exacte; on pouvait seulement vérifier qu'il était combustible sans les flocons blancs propres à l'hydrogène silicié; ce ne pouvait donc être que de l'hydrogène.

La présence de ces oxydes inférieurs expliquerait également les teintes variant du marron au brun pâle, mais toujours plus claires que celles du silicium cristallisé, attribuées au silicium soluble dans l'acide fluorhydrique.

Il est à remarquer que le dégagement d'hydrogène, cependant inévitable

---

([1]) Il est maintenant établi (Manchot, *loc. cit.*) qu'il y a identité entre le silicium amorphe et le silicium cristallisé, tous deux ne différant que par leur état de division.

([2]) O. Hœnigschmidt, *Mon. f. Chem.*, 30, 1909, p. 509.

si l'acide fluorhydrique dissout réellement le silicium, n'est mentionné ni par Moissan et Siemens, ni par M. Bedel. Il fournirait cependant un contrôle de la réaction plus sûr que la simple pesée du silicium résiduel.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Solidification du saccharose. Catalyse par l'eau.* Note de M. A. Tian, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que la fusion du saccharose s'accompagne toujours d'une décomposition, ce corps étant déjà altéré, quoique lentement, dès la température de 100°. Mais en opérant très vite, j'ai pu fondre du sucre sans modification sensible. La masse refroidie, vitreuse, complètement incolore, renfermant au plus quelques millièmes de sucres réducteurs, constitue du sucre surfondu. Je me suis proposé d'en étudier les propriétés physico-chimiques qui sont particulièrement intéressantes parce qu'il s'agit d'une variété instable de sucre.

Le saccharose surfondu pur paraît garder indéfiniment cet état dans une atmosphère sèche. En effet, depuis mai 1924, des lamelles de ce corps ont été conservées avec toute leur transparence, tandis qu'à l'air ordinaire la transformation en sucre cristallisé blanc, complètement opaque, est souvent réalisée en un jour. La vapeur d'eau catalyse donc la solidification du sucre comme celle de l'anhydride arsénieux. Comme on a montré (1) que le sucre surfondu est beaucoup plus soluble dans l'eau que le sucre cristallisé, on peut admettre que dans les conditions habituelles le premier est déliquescent et que la solution obtenue, sursaturée par rapport au second, abandonne spontanément le sucre cristallisé. Pour vérifier cette hypothèse j'ai étudié l'action catalytique de l'eau par les deux méthodes suivantes.

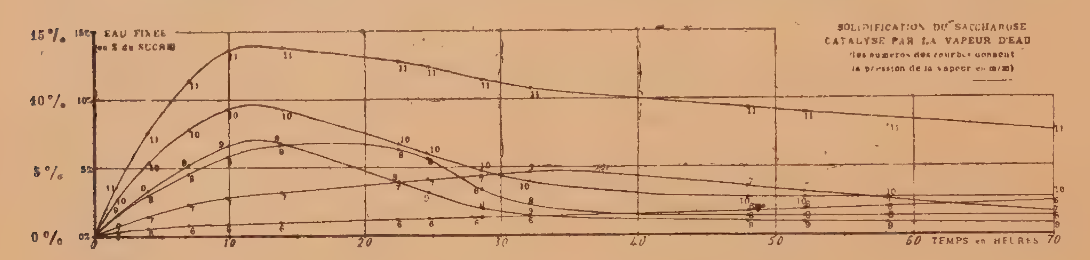
Méthode pondérale. — *Mode opératoire.* — Neuf échantillons de sucre surfondu pur, pesant de 2 à 3^{dg}, ont été soumis à des atmosphères diversement humides. Pour chacun d'eux la pression de la vapeur d'eau était maintenue fixe grâce à la présence d'une solution convenable d'acide sulfurique. Les pressions utilisées ont été de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 et 11^{mm} de mercure, la température était de $15°,9 \pm 0°,1$. A des instants convenablement choisis on déterminait les variations de poids des échantillons. Les résultats sont donnés jusqu'à la 70e heure par les courbes de la figure, dans laquelle les pressions sont indiquées par les chiffres inscrits sur les courbes.

Résultats. — 1° A partir de 5^{mm} le sucre surfondu augmente d'abord de poids. Le sucre fixe donc de l'eau. Le poids de chaque échantillon passe ensuite par un maxi-

(1) A. Tian, Calvet et Corrieras, *Bul. Soc. chim*, 4e série, 35, 1924, p. 634.

mum [une semaine après le n° 6 [1]]. En même temps le sucre perd sa transparence et cristallise.

2° La diminution ultérieure de poids indique le départ de l'eau. Cette déshydratation se manifeste le plus vite pour une tension de vapeur ni trop grande — qui se rap-



procherait alors de celle d'une solution saturée de sucre cristallisé (environ 13^{mm}) — ni trop faible car la catalyse est alors très lente et l'eau abandonnée par la solution est reprise par l'excès de sucre surfondu.

3° Pour des pressions de 3 à 4^{mm}, les échantillons conservent leurs poids et leur transparence, même après cinq mois. Après ce temps, tous présentent leurs masses initiales, pas exactement toutefois pour les n°s 11, 6 et 5 qui diminuent encore légèrement de poids, le premier parce qu'il a été placé dans une atmosphère trop humide et les autres trop sèche.

La vapeur d'eau catalyse donc la solidification du sucre grâce à une fixation par le sucre surfondu. Cette fixation n'est possible — et par suite la catalyse elle-même — que si la pression de la vapeur atteint 5^{mm}; elle est temporaire si la pression est inférieure à 13^{mm}.

Les résultats précédents mettent en outre en évidence un fait très intéressant : si aux faibles pressions le sucre surfondu n'est pas déliquescent cela prouve que la pression de la vapeur est inférieure à celle émise par la solution saturée de sucre surfondu. Du même coup cela démontre l'existence d'une telle solution. Il y a donc une limite à la solubilité du sucre surfondu, fait qu'il nous avait été impossible d'établir directement à cause de l'instabilité des solutions très concentrées de ce sucre. A la température ordinaire l'eau et le sucre liquide présentent donc une miscibilité incomplète.

Méthode calorimétrique. — Le sucre surfondu est placé dans une enceinte à température fixe et dont l'humidité est maintenue constante grâce à la présence de phosphate de sodium hydraté. Quoique la pression (9^{mm}) de vapeur émise par ce sel donne, d'après les résultats précédents, une catalyse relativement rapide, le phénomène est encore très lent. L'effet thermique a dû être suivi à l'aide d'un microcalori-

---

(1) Les variations de poids du n° 5 ont été trop faibles pour être représentées.

mètre déjà décrit (1). Aucune compensation calorifique n'étant produite la déviation galvanométrique donnait à chaque instant le débit calorifique.

La courbe obtenue montre comment s'exerce, en fonction du temps, l'action catalytique de l'eau. Il y a d'abord absorption de chaleur pendant près d'une heure; puis un dégagement se manifeste, passe par un maximum après environ trois heures et diminue ensuite graduellement pour devenir imperceptible au bout de quelques jours.

L'absorption de chaleur montre la dissociation de l'hydrate salin (2); le dégagement ultérieur résulte à la fois de la cristallisaiion du sucre et de la reconstitution de l'hydrate.

Au total l'état initial diffère de l'état final par le seul fait que le sucre a cristallisé. La quantité de chaleur dégagée, représentée par la somme algébrique des aires limitées par la courbe, donne donc la chaleur de solidification du sucre. Toutefois cette évaluation est nécessairement grossière, car la mesure ne comporte pas de compensation et la fin du phénoméne est mal déterminée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les aluminates polycalciques hydratés.* Note de MM. A. **Travers** et **Schnoutka**, présentée par M. C. Matignon.

Nous avons indiqué (3) la préparation de l'aluminate tricalcique hydraté pur, $Al^2O^3.3CaO.21H^2O$, cristallisé en aiguilles, à partir des solutions d'aluminate de potasse et de nitrate de chaux.

L'expérience nous a montré que la zone de pH, dans laquelle se précipitent ces cristaux à l'état de pureté est fort étroite, et comprise entre pH = 11,57 et pH = 11,62.

Si le milieu est plus alcalin, on observe des formes cristallines nettement différentes.

Entre pH = 11,62 et pH = 11,79, on obtient des cristaux groupés en sphérolites, analogues à ceux indiqués par M. Le Chatelier (4).

Entre pH = 11,79 et pH = 11,89, il se forme exclusivement des cristaux

(1) A. Tian, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 705.

(2) L'absorption de chaleur est légèrement atténuée du fait de la dissolution du sucre surfondu, phénomène exothermique.

(3) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 381.

(4) *Comptes rendus*, 96, 1883, p. 1058.

hexagonaux caractéristiques, analogues à ceux décrits par Allen et Rogers (1).

Enfin, au delà de pH = 11,89, on observe à la fois la formation de cristaux hexagonaux, et de rhomboèdres de chaux, $Ca(OH)^2$, très biréfringents.

Si l'on fait l'analyse de ces diverses espèces de cristaux, que l'on peut avoir sous une seule phase, en se plaçant dans les conditions précises indiquées, on constate qu'ils renferment tous plus de chaux que l'aluminate tricalcique et que la proportion de chaux peut y varier de 3 à 4 CaO, pour $1 Al^2O^3$, *malgré l'identité de forme cristalline*. Les sphérolites signalés par M. Le Chatelier (2) avaient exactement la composition $Al^2O^3.3,75 CaO$, cet auteur leur a donné cependant la formule de l'aluminate *tétracalcique*.

En fait, nous avons obtenu des préparations où la composition se rapprochait beaucoup de ce dernier. La variation de la proportion de chaux, avec une forme cristalline identique, conduisait naturellement à penser qu'on était en présence de solutions solides de chaux et d'un aluminate de chaux. L'expérience nous a montré en effet qu'à température constante, à des compositions différentes de l'eau mère, correspondaient des cristaux de titre en chaux également différent.

Il restait à rechercher en présence de quel aluminate on se trouvait.

Des essais d'analyse *immédiate* nous ont conduits à penser qu'il s'agissait de solutions solides de chaux hydratée et d'aluminate *tricalcique* hydraté.

En effet dans un clairçage rapide (3) par l'acide chlorhydrique *dixième normal*, on dissout beaucoup plus rapidement la chaux libre que l'aluminate, de sorte qu'au bout d'un certain nombre d'opérations de clairçage, le résidu conserve toujours la composition de l'aluminate existant, jusqu'à ce que ce dernier soit entièrement dissous.

Si l'on porte sur un diagramme, en ordonnées la chaux dissoute dans un clairçage donné, et en abscisses l'alumine dissoute dans le même essai, on trouve que les points représentatifs de la partie attaquée se placent rapidement sur une droite ayant comme coefficient angulaire celui de l'aluminate tricalcique, cela quelle que soit la forme cristalline étudiée (sphérolithes ou hexagones).

Il semble donc qu'on puisse conclure qu'on a affaire à des solutions solides de $Ca(OH)^2$ de l'aluminate tricalcique hydraté.

---

(1) *Amer. Chem. Journal*, 24, 1900, p. 316.

(2) *Loc. cit.*

(3) Effectué sur les cristaux déshydratés et pulvérisés.

Suivant le pH de la solution, l'aluminate ou la chaux imposeraient leur système cristallin respectif.

Ces essais mettent en doute l'existence de l'aluminate *bicalcique* hydraté, décrit par Allen et Rogers et par Lafuma. Il est intéressant de remarquer que l'existence de l'hydrate $Al^2O^3.2H^2O$ a été controuvée, et que la bauxite s'est révélée à l'analyse aux rayons X, et à l'analyse thermique, un mélange de $Al^2O^3.H^2O$ et de $Al^2O^3.3H^2O$, et non l'hydrate à deux molécules d'eau.

Cette étude explique les apparentes contradictions des auteurs, qui ont travaillé ce sujet délicat et n'ont pas tenu compte des conditions *précises* du milieu de précipitation.

L'étude des propriétés de ces aluminates hydratés (action de l'eau, des sels, etc.) a une très grande importance en raison des applications du ciment fondu. Elle paraîtra dans un autre Recueil.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une réaction de la résorcine et un nouvel indicateur coloré*. Note (1) de MM. **Ligor Bey** et **M. Faillebin**, transmise par M. Moureu.

La résorcine réagit sur l'ammoniaque en solution aqueuse et en présence de divers cations (cadmium, zinc, cuivre) pour donner une coloration bleue. La coloration ne se produit pas instantanément, la chaleur accélère sa formation. La réaction a lieu aussi si l'on ajoute de l'acétate de plomb ou du chlorure stannique, bien que, dans ces conditions, les hydrates précipitent. Ces derniers faits laissent penser que la réaction est très sensible à certains cations vu la faible solubilité des hydrates de plomb et d'étain; elle a en effet été utilisée dans le cas du zinc par M. Campo del Cerdan dans un but analytique (*Ann. Chim. anal. appl.*, 14, p. 205-206, Madrid; *Chem. Zentralb.*, 2, 1909, p. 474).

Ces réactions nous ayant paru présenter beaucoup de points obscurs, nous en avons entrepris l'étude à un point de vue général, et nous résumons ici les résultats préliminaires essentiels auxquels nous sommes parvenus.

Les réactions en présence des différents cations étant identiques en première approximation, comme nous le verrons, nous exposerons les résultats pour l'une d'entre elles, par exemple pour celle qui se produit en présence de zinc.

(1) Séance du 3 juin 1929.

1° La réaction est une oxydation; en effet, la coloration bleue ne se produit pas si l'on maintient la matière dans un courant d'azote;

2° Le cation joue le rôle de catalyseur d'oxydation, car les colorants qui prennent naissance à l'aide des différents cations sont les mêmes;

3° La coloration bleue observée est due à une combinaison peu solide d'une matière colorante, au sens habituel du terme, avec une ou plusieurs matières présentes dans la solution (sans doute le cation et peut-être est-ce une laque);

4° La matière colorante ci-dessus, lorsqu'elle est isolée, se transforme irréversiblement, en solution ammoniacale, en une autre matière colorante bleue.

Les deux matières colorantes, dont il vient d'être question, sont des indicateurs colorés : la première, qui se forme combinée au cation, est rouge en solution acide, verte en solution de pH = 9,18 (phosphate disodique M/15 d'après Sörensen); nous la nommerons, pour la commodité de l'exposé, indicateur rouge vert. En solution ammoniacale de pH plus grand, elle se transforme en la seconde matière colorante bleue en solution alcaline, rouge rose en solution acide, que nous nommerons indicateur rouge bleu. Nous avons commencé l'étude de cette dernière matière colorante.

L'extraction de ces matières colorantes en vue de leur identification se fait de la façon suivante : on rend la solution acide (le rougissement de l'indicateur permet de juger de la quantité d'acide nécessaire) et on l'agite avec un solvant organique non miscible à l'eau. Le solvant le plus intéressant est l'alcool amylique qui jouit de la curieuse propriété d'enlever la matière à l'eau, non seulement en solution acide, mais même en milieu ammoniacal.

Nous avons adopté pour l'identification des matières colorantes la méthode suivante : La solution amylique, en quantité déterminée, est agitée avec un certain volume d'une solution tampon de pH choisi, que l'on renouvelle jusqu'à ce que la couleur de la solution amylique ne change plus. On l'isole et l'on peut ainsi comparer entre elles, au colorimètre, des solutions amyliques de diverses provenances.

Il est avantageux de choisir pour pH du tampon une valeur située dans l'intervalle de virage de l'indicateur; sa sensibilité en est plus grande. Nous avons pris pH = 4,95. Nous avons assuré plus parfaitement l'identification en comparant les teintes pour deux pH : l'un dans l'intervalle de virage, l'autre dans la zone alcaline. Cette méthode nous a permis, en employant le procédé d'extraction décrit, de montrer que nous obtenions un même colo-

rant : l'indicateur rouge bleu aussi bien à partir des solutions ammoniacales de résorine et quel que soit le cation pris parmi ceux mentionnés, qu'en traitant directement par l'alcool amylique, sans passer en milieu acide, une solution ne contenant aucun cation et abandonnée assez longtemps à l'air. Ceci démontre les résultats énoncés en 1°, 2°, 4°. La démonstration de 1° résulte de ce que l'alcool amylique n'enlève rien à la solution si elle contient une quantité suffisante de cations, et que, par contre, l'extraction, par passage en milieu acide, fournit l'indicateur rouge vert.

La préparation de l'indicateur bleu rouge à l'état pur est rendue difficile par suite de la faible proportion avec laquelle il se forme et à cause de la présence de la résorcine qui est en général très soluble. Un bon procédé de préparation consiste à utiliser l'insolubilité du complexe initial dans les dissolvants organiques, ce qui permet d'enlever la résorcine.

On prend comme catalyseur l'hydrate de plomb afin de n'avoir pas de sels solubles, et on le met en suspension dans la solution ammoniacale de résorcine que l'on abandonne à l'air quelques jours en agitant de temps en temps. On sépare alors le catalyseur et l'on évapore la solution à sec; par extraction du résidu à l'éther, on récupère la résorcine qui n'a pas réagi. Le résidu cède à l'alcool ordinaire l'indicateur rouge vert, qui se transforme en l'indicateur rouge bleu par addition d'ammoniaque. On peut l'utiliser tel quel, mais, en solution très ammoniacale, il ne se conserve pas.

L'intervalle de virage de l'indicateur rouge bleu est de 4,3-5,9 pour un examen ordinaire en tubes à essais, les teintes intermédiaires étant violacées.

Enfin il importe de remarquer que l'indicateur rouge bleu n'est pas le lacmoïde ni le lacmosol; nous l'avons démontré par notre méthode des tampons.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse d'un dicymyle*

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH^3 & CH^3 \\
 & | & | \\
p.p\text{-}CH^3C^6H^4 & C \text{———} & C \text{—} C^6H^4CH^3. \\
 & | & | \\
 & CH^3 & CH^3
\end{array}
$$

Note de MM. E. **Bœdtker** et R. **Kerlor**, transmise par M. C. Matignon.

Ciamician et Silber (1) ont démontré que la benzophénone et le cymène réagissent, sous l'influence de la lumière solaire, en formant un dicymyle,

(1) *D. ch. Ges.*, 43. 1910, p. 1536.

$C^{10}H^{13}-C^{10}H^{13}$, et le tétraphénylglycol,

$$(C^6H^5)^2C(OH)-C(OH)(C^6H^5)^2.$$

Nous avons retrouvé ledit carbure dans le cymène brut, produit accessoire de la fabrication de cellulose au bisulfite (¹). Par des considérations, auxquelles nous ne revenons pas ici, nous avons assigné à ce dicymyle la formule de constitution ci-dessus indiquée. Nous sommes maintenant à même d'en démontrer la justesse, ayant réussi à exécuter la synthèse du carbure selon le schéma suivant :

$$C_6H_4(CH^3) \xrightarrow[AlCl^3]{CH^3COCl} CH^3-C_6H_4-COCH^3 \xrightarrow{CH^3MgI} CH^3-C_6H_4-C(CH^3)_2(OH) \xrightarrow{HI} CH^3-C_6H_4-C(CH^3)_2I$$

$$\xrightarrow{Zn} CH^3-C_6H_4-C(CH^3)_2-C(CH^3)_2-C_6H_4-CH^3.$$

La p-tolylméthylcétone a été préparée d'après les indications de M. Verley (²). On a fait réagir 150^g de chlorure d'acétyle avec 120^g de chlorure d'aluminium et 1^{kg} de toluène sous la pression de 100^{mm} et à une température ne dépassant pas 4°. On a obtenu 100^g de cétone, point d'ébullition 110°, sous 14^{mm}.

Analyse. — Matière : 0^g,2210 ; CO^2 : 0^g,6547 ; H^2O : 0^g,1500.

	Trouvé.	Calculé pour $C^9H^{10}O$.
C pour 100	80,79	80,54
H »	7,59	7,51

On a fait réagir cette acétone avec le méthyliodure de magnésium dans les conditions connues. Seulement on n'a pas réussi à préparer le carbinol correspondant en état de pureté. C'est qu'il perd de l'eau par distillation, même dans un vide très avancé, en formant des carbures non saturés. C'est là une propriété bien connue de ces carbinols tertiaires. Nous sommes donc partis du carbinol brut, que nous avons transformé en iodure. Pour y arriver nous nous sommes servi du procédé de M. Klages (³).

(¹) *Journ. Pharm. Chim.*, 9, 1929, p. 422.

(²) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 17, 1897, p. 909.

(³) *D. ch. Ges.*, 35, 1902, p. 2638.

Le carbinol brut était additionné à une solution saturée d'acide iodehydrique dans l'acide acétique pur. Le mélange était abandonné à la température ordinaire pendant quelques heures, après quoi on y a ajouté la poudre de zinc en excès. Il n'y a pas eu de dégagement d'hydrogène notable, probablement parce que l'acide acétique est un solvant faiblement dissociateur.

On agite de temps en temps pendant quelques heures, puis on ajoute de la lessive de soude jusqu'à réaction alcaline et distille avec la vapeur d'eau. Il passe une certaine quantité de cétone inaltérée, accompagnée de traces de cymène, tandis que dans le ballon à distiller il se sépare une mousse, imbibée de petits cristaux blancs.

On filtre et épuise le filtre avec l'alcool bouillant. Refroidie, la solution alcoolique abandonne de petites feuilles blanches (P. F. 157°). Si ce corps est mélangé avec le dicymyle, que nous avons isolé du cymène brut, le point de fusion en reste le même.

Analyse. — Matière : $0^g,1235$; CO^2 : $0^g,4074$; H^2O : $0^g,1089$.

	Trouvé.	Calculé pour $C^{20}H^{26}$.
C pour 100	89,97	90,16
H »	9,87	9,84

Poids moléculaire : Matière, $0^g,0927$; benzène, $17^g,34$; $\Delta t^o = 0^o,105$; d'où $M = 266,1$. Calculé pour $C^{20}H^{26}$: $M = 266,3$.

Ce dicymyle est donc un *p.p*-ditolyltétraméthyléthane symétrique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les naphtisoindigotines*. Note de MM. **A. Wahl** et **J. Lobeck**, présentée par M. C. Matignon.

L'un de nous, avec divers collaborateurs, MM. Bagard, Hansen, Fawret, Fericéau, a décrit le mode d'obtention ainsi que les réactions caractéristiques de l'isoindigotine et de ses dérivés de substitution. Afin d'établir l'entière généralité de ces réactions, il était nécessaire de les appliquer aux dérivés renfermant un ou deux noyaux naphtaléniques.

Nous n'avons pas réussi à faire réagir les α ou β naphtisatines sur le dioxindol pas plus que les naphtodioxindols sur l'isatine, dans les conditions dans lesquelles il se forme généralement les isatydes. Par contre, nous avons pu condenser les naphtisatines avec l'oxindol en milieu alcoolique, sous l'influence de quelques gouttes d'ammoniaque ou de pipéridine : la réaction commence déjà à froid quand on triture les composés réagissants dans un

mortier. On obtient ainsi, par addition des deux molécules, les α et β *mono-naphtisatanes*. Ce sont des poudres cristallines presque blanches, à peu près insolubles dans tous les solvants organiques. En chauffant ces composés au sein d'anhydride acétique additionné de quelques gouttes d'un acide minéral, la solution ne tarde pas à se colorer et, dans le cas du dérivé α, il se dépose par refroidissement des cristaux de l'isoindigotine correspondant au *α-naphtindol-3-indol-3'-indigo* formé par déshydratation :

OH H
C — C
CO CO
NH NH
= H^2O +
C = C
CO CO
NH NH

La mononaphtisoindigotine constitue une poudre cristalline noir violet cristallisable dans la pyridine. Elle peut être obtenue directement par la réaction de l'α-naphtisatine sur l'oxindol en milieu acétique chlorhydrique. La réduction par le zinc et l'acide acétique donne un leucodérivé incristallisable par suite de sa grande altérabilité. La réduction acétylante, opérée au sein d'anhydride acétique, donne un composé blanc cristallisé, fondant au-dessus de 300°, et dont la composition est celle d'un *monoacétylleuco-mononaphtisoindigotine*. La solution du colorant, dans un excès d'acide sulfurique, est rouge, mais en chauffant la couleur vire au vert jaune; la solubilité dans l'eau étant atteinte, on verse dans l'eau et la solution rouge violacé, neutralisée, fournit par NaCl et KCl des précipités des sels de sodium ou de potassium. Ceux-ci sont amorphes et donnent des sels de Ba, Ca, Ag par double décomposition. Tous ces sels dérivent de l'*acide α-mono-naphtisoindigotinedisulfonique*.

Le β-naphtisatane, chauffé au sein d'anhydride acétique avec une goutte d'acide sulfurique concentré, donne une solution noir verdâtre devenant finalement violette; par refroidissement, il se dépose des cristaux bruns solubles dans la pyridine et l'acide sulfurique auquel ils communiquent une coloration vert sale devenant bleue. Il s'agit vraisemblablement de β-*mono-naphtisoindigotine* que l'on a caractérisée par son leucodérivé formé par le zinc au sein d'acide acétique. C'est un corps blanc, cristallisable dans l'acide formique et dont l'analyse correspond assez bien avec la formule d'un *diacetylleuco-β-mononaphtisoindigotine*.

Les dérivés dinaphtylés doivent s'obtenir, par analogie, au départ des

disulfisatydes correspondantes. Les *dinaphtodisulfisatydes* ont été préparées, en soumettant les naphtisatines à l'action d'H^2S en milieu méthylalcoolique et à froid. Les produits ainsi obtenus présentent à l'analyse une anomalie : ils renferment 3 atomes de soufre, le troisième ne pouvant être éliminé par des extractions. Ainsi l'α-dinaphtodisulfisatyde de diverses préparations a fourni les chiffres suivants : S pour 100 : 21,04; 20,70; 22,05; 22,25; 22,83; 22,77; 20,70; théorie S pour 100 = 14,08; théorie avec S^3, 20,90 pour 100.

Ce composé présente néanmoins les caractères des disulfisatydes, en particulier la pyridine bouillante le dédouble en *α-dinaphtisoindigotine* et *naphtoxindol*

$$2(C^{24}H^{16}O^2N^2S^2) = C^{24}H^{14}O^2N^2 + 2(C^{12}H^9ON) + 4S.$$

L'α-naphtoxindol a été retrouvé dans les eaux mères et caractérisé par son *dérivé benzylidénique* en cristaux jaune d'or, F. 241°, qui ont été analysés. L'α.α'-dinaphtisoindigotine se forme également en remplaçant la pyridine par la soude, l'ammoniaque, le carbonate de sodium. Enfin, nous avons décrit sa formation par la réaction du chlorure cuivreux. L'α.α'-dinaphtisoindigotine

C=C
CO CO
NH NH

forme une poudre foncée, insoluble dans les dissolvants organiques; traitée par un excès d'acide sulfurique concentré, elle fournit un acide disulfonique dont les sels sont cristallisés. La disulfisatyde, provenant de la β-naphtisatine, est assez mal définie, l'insolubilité de ses constituants en rend la purification très difficile.

Au point de vue tinctorial, on sait que l'acide isoindigotine disulfonique teint la laine, en bain acide, en orangé vif; l'acide disulfonique de l'α-mononaphtisoindigotine teint la laine en violet noir peu solide au lavage. L'affinité de l'acide disulfonique de l'α.α-dinaphtisoindigotine est plus grande; la teinture sur laine est noir bleuâtre, solide au lavage. On voit ici l'influence considérable exercée par l'introduction des noyaux naphtaléniques sur la nuance du colorant qui passe ainsi de l'orangé au noir bleuâtre.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le pouvoir réducteur des polyols vis-à-vis des solutions alcalines d'iodomercurate de potassium.* Note de MM. **Paul Fleury** et **Jean Marque**, présentée par M. A. Desgrez.

On connaît depuis longtemps l'action réductrice rapide exercée, à froid, par les aldéhydes sur les solutions d'iodomercurate, en milieu alcalin. Cette action a été utilisée récemment pour le dosage de ces corps par Bougault et Gros qui montrèrent que, dans les mêmes conditions, les alcools attaquaient légèrement ce réactif. D'autre part, Sachosse, en 1876, mettait en œuvre le même principe pour doser les sucres réducteurs, mais en opérant à l'ébullition.

1° En dosant par la méthode iodométrique de Rupp le mercure produit au cours de la réaction, nous avons constaté que ce pouvoir réducteur se retrouvait aussi chez les polyols, tels que le mannitol, en opérant à chaud et dans des conditions déterminées. L'attaque de ces corps, à la température du bain-marie bouillant, est fonction surtout de l'alcalinité du milieu, qui semble limiter l'intensité de la dégradation, et de la durée du chauffage, la réaction n'atteignant son terme qu'au bout d'un temps de l'ordre d'une demi-heure à une heure.

2° Ces résultats, obtenus d'abord avec le mannitol, ont été étendus aux polyols suivants : dulcitol, inositol, érythritol, glycérol, glycol. La quantité d'oxygène consommé est à peu près proportionnelle au nombre d'atomes de carbone du corps étudié. Elle est, en moyenne, un peu supérieure à 1 atome d'oxygène par atome carbone (sauf pour le glycérol où cette quantité atteint $1^{at},5$ d'oxygène).

3° Cette action oxydante du réactif s'exerce d'une façon analogue, bien que moins régulière sur les sucres non réducteurs, mais elle paraît d'autant moins facile que le poids moléculaire est plus élevé : son action sur le saccharose est comparable à celle qu'elle exerce sur le mannitol, elle est déjà moins intense sur un triose comme le raffinose ou un tétrose comme le stachyose ; elle est bien moins marquée, bien qu'encore très nette sur un polysaccharide tel que le glycogène.

4° Si, par contre, on examine son activité vis-à-vis des acides-alcools dont la plupart peuvent être considérés comme des produits normaux de l'oxydation des sucres, on constate que ces corps s'attaquent bien plus difficilement et même résistent totalement, surtout lorsqu'il s'agit des acides-alcools. Voici les résultats obtenus dans les conditions décrites plus loin,

mais avec 30 minutes de chauffe. Les chiffres expriment en milligrammes l'oxygène consommé par un gramme de corps considéré :

Mannitol	49,6	Acide tartrique	0,00
Acide glycolique	0,64	Acide saccharique	1,44
Acide lactique	0,92	Acide mucique	1,20
Acide gluconique	28,4	Acide citrique	0,00
Acide malique	0,24	Acide salicylique	0,48

Ces résultats montrent la résistance remarquable conférée à la molécule par la substitution d'une et surtout de deux fonctions acides aux fonctions alcools primaires. Cette observation tend à faire admettre que dans la dégradation subie par les héxites, la formation des acides-alcools correspondante ne peut être qu'une voie accessoire, la voie principale étant probablement une dislocation profonde de la molécule.

Applications analytiques. — 1° En se plaçant dans des conditions bien déterminées cette réaction est susceptible d'être utilisée pour le dosage de certains polyols.

La technique peut se résumer ainsi :

On utilise une solution d'iodomercurate concentrée (bichlorure de mercure 108^g, iodure de potassium 288^g par litre) et une solution de soude (300^g soude pure par litre). Pour un volume total de 35^{cm^3}, l'expérience contient $7^{cm^3},5$ de solution mercurielle et 10^{cm^3} de solution sodique, le reste étant constitué par de l'eau contenant le corps à doser. Après un séjour de 45 minutes au bain-marie bouillant, on acidifie par l'acide sulfurique et l'on ajoute un excès d'iode titré que l'on titre, après dissolution du mercure, par l'hyposulfite de soude. En opérant la réduction en présence de 1^g environ de sulfate de baryum *précipité* qui empêche l'agglomération du mercure, l'attaque par l'iode est rapide et complète. Pour des quantités de polyol comprises entre 1 et 15^{mg} la quantité d'iode fixée est linéairement proportionnelle à la quantité de corps introduit. Pour 10^{mg} de mannitol il y a fixation de $7^{cm^3},33$ d'iode décinormal.

En plus du mannitol nous avons appliqué ce procédé au dosage de l'inositol, du dulcitol et du glycol, avec des résultats satisfaisants.

Il est possible de doser, mais avec une moins bonne approximation, un mélange de mannite et de glucose.

2° Les faits que nous venons de mettre en évidence soulèvent le problème de la spécificité du dosage du glucose par les liqueurs mercurico-alcalines récemment étudié par Baudouin et Lewin. Mais il importe de remarquer que l'alcalinité du milieu utilisé par ces auteurs est considérablement plus faible (N/17) que celle de notre dosage (2N environ). Dans leurs conditions, le glucose est, pratiquement, seul attaqué, et, comme l'expérience

nous l'a montré, il faut, pour faire apparaître une erreur par excès, que le taux du mannitol dépasse trois fois le taux du glucose et le saccharose vingt fois ce poids.

3° L'étude du comportement vis-à-vis du même réactif des deux acides glycérophosphoriques α et β permet de mettre en évidence le pouvoir réducteur beaucoup plus marqué de la forme α. Au point de vue théorique, cette réaction établit la labilité particulière de la fonction alcool secondaire qui reste libre dans la forme α et est bloquée dans la forme β. Un certain nombre de remarques faites au cours de nos recherches nous avaient déjà amenés à cette conception. Au point de vue pratique, cette réaction permet, en se plaçant dans des conditions bien déterminées, de différencier les deux formes.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'accélération des masses d'air dans les mouvements atmosphériques*. Note de M. **L. Petitjean**, présentée par M. Ch. Fabry.

Soient, dans une masse d'air en mouvement, une masse élémentaire unité et deux de ses positions O et O′, infiniment voisines sur sa trajectoire. Par la position origine O, faisons passer deux axes de coordonnées rectangulaires : d'une part la verticale OZ du point O; d'autre part la trace horizontale OX du plan vertical défini par OZ et par la tangente à l'origine à la trajectoire OO′ (le point X étant du côté des pressions croissantes par rapport à O).

Soient dz la variation élémentaire du niveau de la masse et dh la distance verticale (positive vers le zénith) des surfaces isobariques qui passent respectivement par O et O′. Posons

$$dl = dz - dh; \tag{1}$$

cette quantité est positive ou négative suivant que la projection sur OX de la tangente à l'origine à la trajectoire OO′ est dirigée vers les pressions croissantes ou décroissantes.

La quantité élémentaire de chaleur échangée avec le milieu extérieur par la masse unité au cours de son déplacement OO′ s'exprime par la relation connue de thermodynamique

$$dQ = C\,dT - A\alpha\,dp, \tag{2}$$

où A est l'équivalent de l'unité de travail en unités de chaleur. D'autre part,

on a

(3) $$-\alpha\,dp = g\,dh.$$

Des équations (2) et (3), l'on déduit

(4) $$dQ = C\,dT + Ag\,dh.$$

En éliminant dh entre (1) et (4), il vient

(5) $$dQ = C\,dT + Ag\,dz - Ag\,dl.$$

Une autre expression de dQ est donnée par la relation suivante, due à Margules (¹) :

(6) $$dQ = c\,dT + Ag\,dz + Av\,dv,$$

les termes du second membre représentant successivement la variation de l'énergie interne, de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique de la masse unité considérée. (Nous supposons le mouvement sans frottement.) En égalant les seconds membres de (5) et (6), on obtient

(7) $$Ag\,dl = (C - c)\,dT - Av\,dv \qquad \text{d'où} \qquad v\,dv = R\,dT - g\,dl,$$

R étant la constante des gaz parfaits. Cette équation va nous servir à déterminer le sens de l'accélération des masses d'air en mouvement dans l'atmosphère :

Dans l'hémisphère boréal, le sens de rotation d'une masse d'air est tel que les hautes pressions restent à droite du vecteur vitesse. Puisque, dans le cas actuel, les hautes pressions sont à droite de O, les surfaces isobariques sont inclinées de droite à gauche et la trajectoire curviligne d'une masse d'air possède un sens de courbure différent suivant le quadrant dans lequel est située sa tangente à l'origine. Il existe donc quatre cas possibles :

1° La tangente à l'origine est dans le premier quadrant : l'air s'élève en tournant sur sa gauche. Comme $dl > 0$ et $dT < 0$, v et dv doivent, d'après (7), être de signe opposé (le mouvement est retardé). Ce cas se présente lorsque de l'air chaud « passif » est rejeté sur la gauche de l'air froid « actif » qui suit une surface de « front froid » (²).

2° La tangente à l'origine est dans le deuxième quadrant : l'air descend

(¹) Voir F.-M. Exner, *Dynamische Meteorologie*, Vienne, 1925, p. 157.

(²) Voir L. Petitjean, *L'air actif et l'air passif dans les discontinuités atmosphériques* [*La Météorologie*, 3 (nouvelle série), n° 25, 1927, p. 94].

en tournant sur sa gauche. On a $dl > 0$ et $dT > 0$. Ce cas se subdivise en deux autres : *a*) $g.dl > R.dT$. Dans ces conditions, v et dv sont de signe opposé (le mouvement est retardé). Ce résultat s'applique à l'air froid actif qui suit un front froid à contraste marqué de température. *b*) $g.dl < R.dT$. D'après (7), v et dv sont de même signe (le mouvement est accéléré). Ceci se produit dans la zone de transition qui sépare l'air froid actif d'un front froid de l'air chaud passif.

3° La tangente à l'origine est dans le troisième quadrant : l'air descend en tournant sur sa droite. On a $dl < 0$ et $dT > 0$. Dans ces conditions, v et dv sont de même signe (le mouvement est accéléré). Ce cas est celui d'une masse d'air froid passif qui s'échauffe par compression pendant sa descente.

4° La tangente à l'origine est dans le quatrième quadrant : l'air s'élève en tournant sur sa droite. On a $dl < 0$ et $dT < 0$. On distingue deux cas : *a*) $g.dl < R.dT$. D'après (7), v et dv sont de même signe (le mouvement est accéléré). Ceci se produit dans l'air chaud actif qui s'élève le long d'une surface de front chaud. *b*) $g.dl > R.dT$. Il faut alors que v et dv soient de signe opposé (le mouvement est retardé). Ceci a lieu lorsque de l'air chaud passif s'élève au-dessus d'une masse d'air froid qui fuit rapidement devant lui.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Un procédé pour déterminer à grande distance la position géographique et la vitesse de certaines discontinuités ou perturbations météorologiques à l'aide des atmosphériques qu'elles émettent.* Note (¹) de M. **Jean Lugeon**, présentée par M. G. Ferrié.

Le dépouillement de 550 journées d'enregistrement d'atmosphériques obtenus à Zurich avec mon *atmoradiographe* (²) qui inscrit la fréquence par minute des trains et donne une idée de leur intensité par l'épaisseur du trait me conduit aux conclusions suivantes, quant à leur propagation :

On distingue essentiellement deux types d'atmosphériques : *a*. les *atmosphériques locaux* à petite portée, quelques 100 mètres à quelques kilomètres, non radiogoniométrables, presque toujours rattachables à des causes météorologiques locales et qui par là définissent la qualité de l'air en circu-

---

(¹) Séance du 10 juin 1929.

(²) J. Lugeon, *Un appareil radioélectrique pour déceler l'origine géographique de l'air* (*Ac. Soc. Helvétique Sc. Nat.*, 109ᵉ session, Lausanne, 1928, p. 141).

lation ou mieux son origine géographique; *b*. les *atmosphériques lointains*, radiogoniométrables, dont la portée atteint plusieurs milliers de kilomètres et qui émanent principalement des discontinuités où l'air froid ou polaire est *actif*. Cette portée est maximum dans la partie obscure, minimum dans la partie éclairée de l'atmosphère, et l'enregistrement remarquablement régulier, ce qui fait penser à un phénomène de filtrage ou d'absorption le long du trajet des ondes.

Ces propriétés permettent de différencier les deux types d'atmosphériques, dans le cas où ils se superposent à la réception.

Le régime des atmosphériques lointains, captés dans l'obscurité totale, s'établit progressivement après que le Soleil se soit couché sous l'horizon de leur *foyer d'émission*. Leur premier maximum est atteint, peu après la fin du crépuscule astronomique sur ledit foyer, lorsque le dernier rayon solaire a quitté le miroir de réflexion des ondes hertziennes. Inversement dès que les premiers rayons de l'aurore pointent dans le zénith du foyer ou du récepteur, selon que celui-ci soit à l'ouest ou à l'est de celui-là, la propagation à grande distance est progressivement étouffée, puis annulée lorsque le jour est complet sur le parcours de l'onde, entre le foyer et le récepteur.

Un minimum d'intensité des parasites lointains a lieu sensiblement quand le Soleil est à l'opposé du méridien du récepteur, à minuit vrai. Ce fait est imputable à la *marée* de la couche de Heaviside, dont l'altitude serait maximum à ce moment-là et par conséquent la longueur du chemin des ondes également maximum, d'où affaiblissement du champ à la réception.

La position géographique des discontinuités météorologiques d'où rayonnent des atmosphériques lointains est donnée par la forme de la courbe d'enregistrement. Soit un foyer d'émission F sur le méridien du récepteur R (dépression sur la Méditerranée) (*fig*. 1). La courbe des parasites sera symétrique par rapport à minuit vrai, puisque, toutes proportions gardées, les phases crépusculaires sont les mêmes en F et R. Si le foyer est à l'ouest de R, sensiblement sur le même parallèle (dépression sur l'Atlantique ou front polaire), le départ des parasites lointains aura lieu après le coucher du Soleil en R, avec un retard équivalent à la différence de temps entre les crépuscules en R et en F. Le diagramme donnant ce temps, on en déduit la longitude de F. Si le foyer est à l'est de R (front régénéré sur les Balkans, la Russie), la courbe est identique au cas précédent, mais renversée par rapport à minuit vrai. La longitude de F est alors donnée par le dernier maximum nocturne, correspondant à la fin de la nuit au foyer.

La comparaison de ces courbes, jour après jour, permet de déterminer à grande distance la vitesse de déplacement moyenne par jour d'une perturbation solidaire d'un foyer de parasites. Considérons un foyer à l'ouest de R et qui s'en rapproche (*fig.* 2). Soient F_1, F_2, F_3 ses positions successives au moment où l'anneau crépusculaire le traverse. Sa longitude initiale F_1 sera déterminée par le premier maximum M_1 en R, et qui corres-

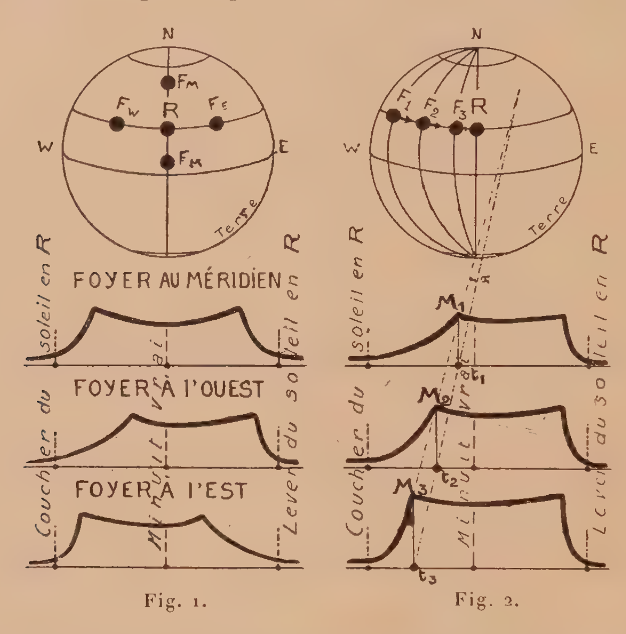


Fig. 1. Fig. 2.

pond au moment où le trajet RF_1 est plongé dans l'obscurité totale, soit à la fin du crépuscule en F_1, au temps t_1. Le jour suivant le même maximum se produira, mais plus tôt, au temps t_2, puisque le foyer en F_2 se sera rapproché de R. On a sa longitude pour les mêmes raisons. Et ainsi de suite pour F_3. Si le foyer s'est déplacé sensiblement sur le même parallèle que R, sa vitesse en kilomètres-heure est alors $\frac{F_1 - F_2}{t_1 - t_2}$, en convertissant les différences de longitudes en kilomètres et les temps en heures.

Les points t_1, t_2, t_3 (*fig.* 2) seront sur une droite, si la vitesse reste constante. Si l'énergie du foyer ne varie pas, pendant les jours considérés, les points M_1, M_2, M_3 s'alignent. Leur angle α avec la droite précédente est un *indice de potentiel* de la perturbation et en définit l'importance thermodynamique. Si ces points sont sur une ligne quelconque, par rapport à la droite t_1, t_2, t_3, on aura une idée de la perte ou du gain d'énergie pendant la translation.

BOTANIQUE. — Cerasus Caroliniana *Michx., nouvel exemple d'andromonœcie. Un type nouveau de maladie bactérienne.* Note de M. **G. Nicolas** et Mlle **Aggéry**, présentée par M. Molliard.

Le Cerisier de Caroline (*Cerasus caroliniana* Michx., *Prunus caroliniana* Aït., *Padus caroliniana* Mill., *Prunus sempervirens* Willd.) est un arbre de l'Amérique du Nord (Nouvelle Caroline, Mississipi, Texas, Saint-Louis), introduit en Angleterre, en 1759, et cultivé comme arbuste toujours vert dans les jardins d'Europe. Le jardin botanique de Toulouse en possède deux exemplaires, en pleine terre, dont l'un, de plus de 30 ans, atteint plus de 2^{m},50 de hauteur.

Ces arbres nous préoccupent depuis plusieurs années, car ils perdent régulièrement, dès janvier, une grande partie de leurs feuilles. Cette chute des feuilles dure tout l'hiver et s'arrête dès qu'arrive une période de sécheresse; c'est ce qui s'est produit, en mars 1928, à la suite de plusieurs jours d'un vent chaud et sec et, en avril 1929, après une sécheresse prolongée. En outre, un certain nombre de jeunes pousses sont complètement sèches en avril. La chute des feuilles n'est pas, comme on pourrait le croire, l'effet de l'âge, car elle intéresse beaucoup de feuilles poussées au printemps précédent. Elle traduit une maladie grave, généralisée, qui présente les symptômes extérieurs suivants : brunissement et dessiccation des feuilles soit à leur extrémité sur une région occupant quelquefois presque la moitié de leur longueur, soit sur les bords ou au milieu du limbe; ces taches présentent des zones concentriques alternativement plus claires et plus sombres et sont bordées extérieurement d'une marge brun rouge. Beaucoup de feuilles tombent dès janvier; sur celles qui restent, les parties sèches se détachent et laissent la feuille plus ou moins déchiquetée ou perforée de trous. Les jeunes feuilles qui apparaissent dès avril ont déjà leur pointe desséchée et présentent une couleur vert clair avec des parties jaunes mal délimitées, très visibles par transparence, ce qui leur donne un peu l'aspect d'une mosaïque. A cette altération des feuilles s'ajoute la dessiccation des jeunes rameaux.

C'est en vain que nous avons recherché, plusieurs années de suite, un champignon sur les parties sèches des feuilles ou les rameaux; nous n'avons jamais trouvé la moindre trace de mycélium ou de fructifications.

Par contre, de nombreuses Bactéries pullulent partout, jusque dans les vaisseaux, aussi bien dans les feuilles que dans les rameaux, les racines et

même les fleurs; les jeunes pousses en contiennent dès le début de leur formation.

L'appareil radiculaire est abondamment ramifié, avec des radicelles courtes. La racine et les radicelles portent latéralement de petites tumeurs brunes isolées de la racine qui les porte par une couche de liège. Ces tumeurs sont formées de cellules relativement grandes, sans vaisseaux, à contenu brunâtre, bourrées de bactéries; elles se dissocient lorsqu'elles sont complètement séparées de la racine par du liège. Çà et là, de petites radicelles jaunes, courtes, hypertrophiées sont remplies de bactéries; d'autres radicelles, également jaunes, mais non hypertrophiées, englobent de petits amas sphériques, comprenant de petites cellules centrales brunes entourées d'éléments plus grands. Ces amas sont de jeunes tumeurs bactériennes qui seront rejetées plus tard à l'extérieur par la réaction de la radicelle.

Étant donnée la présence de Bactéries dans toute la plante, depuis les racines jusqu'aux fleurs, il est vraisemblable d'admettre qu'après avoir pénétré par les racines, où elles provoquent différentes altérations, elles gagnent la tige, les rameaux, les feuilles et les fleurs.

Les fleurs sont strictement mâles; quelques-unes portent un rudiment de style desséché; elles contiennent des Bactéries dans toutes leurs parties, y compris les étamines et le pollen; au cours de la germination du pollen, les Bactéries passent dans le tube pollinique.

Nous avions d'abord pensé à la castration femelle par les Bactéries, car nous ne supposions pas l'existence normale de fleurs mâles dans le Cerisier de Caroline. Des renseignements qui nous sont parvenus montrent que cette Rosacée est *andromonoïque*, portant sur la même inflorescence des fleurs hermaphrodites et des fleurs mâles à ovaire plus ou moins mal développé ou complètement avorté. C'est ce que nous ont écrit M. E.-H. Wilson, directeur de l'Arnold Arboretum à l'Université de Harvard et M. Cavara, directeur du Jardin Botanique de Naples. A Naples, le Cerisier de Caroline ne fructifie que très rarement; à Antibes, d'après M. Poirault, les fleurs sont mâles, ainsi qu'à Alger, où M. le Dr Maire nous écrit qu'il ne fructifie jamais. Le Cerisier de Caroline est donc un nouvel exemple d'andromonœcie.

C'est un fait qui ne manque pas d'intérêt, car l'andromonœcie est très rare, peut-être même inconnue jusqu'à maintenant chez les Rosacées.

Quant aux Bactéries coupables, provenant du sol et s'introduisant par les racines, elles présentent, en cultures sur différents milieux, les caractères morphologiques et physiologiques suivants : ce sont de petites cellules

ovoïdes, isolées ou formant des files de deux ou des paquets de quatre; elles ont des dimensions et des formes variables suivant le milieu; colorables par le violet de gentiane, elles liquéfient la gélatine, ne verdissent pas le fond d'artichaut, prennent le Gram.

Bien que nous n'ayons pu reproduire expérimentalement la maladie par des contaminations bactériennes, n'ayant pas de sujets sains, les deux Cerisiers du Jardin Botanique étant infectés, nous avons tout lieu de croire, du fait de la présence des Bactéries dans toute la plante, que celles-ci sont bien les responsables du mal; saprophytes du sol, elles sont devenues parasites à la faveur du dépaysement de l'arbre.

Cette maladie du Cerisier de Caroline est une infection bactérienne généralisée dont, à notre avis, on ne connaît aucun exemple chez les végétaux et dont nous étudions d'autres cas. Son étude nous a fourni l'occasion aussi de noter l'andromonœcie de ce Cerisier, que personne n'avait remarquée jusqu'à maintenant.

ANATOMIE. — *Sur la structure des yeux et la physiologie de la vision chez les Sélaciens.* Note de Mlle **M.-L. Verrier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

La vision chez les Sélaciens a fait l'objet de recherches anciennes et incomplètes. Ces recherches, résumées et poursuivies par Franz (1), nous renseignent sur la forme, les dimensions des yeux, font quelquefois connaître la structure des membranes oculaires. L'étude physiologique de ces organes paraît avoir été plus délaissée encore. Après Beer (2) qui s'attache surtout à l'étude des yeux des Téléostéens, Franz donne quelques indications sur leur rôle, mais seulement par déductions tirées de l'étude anatomique et sans avoir fait de mesures précises.

Cependant, le développement des yeux chez les Sélaciens, les différences anatomiques que l'on observe entre eux et les yeux des autres Poissons montrent l'intérêt de leur étude.

Il nous a été possible de fixer pour l'étude anatomique et d'observer sur le vivant les yeux d'un certain nombre de Sélaciens de nos régions prove-

(1) W. Franz, *Zur Anatomie, Histologie und funktionellen Gestaltung des Selachierauges* (*Zeitsch. f. Naturwiss.*, 40, 1905, p. 697-839; 41, 1906, p. 429-471).

(2) Th. Beer, *Die Accommodation des Fischauges* (*Pflüger's Arch. f. Ges. Physiol.*, 69, 1894, p. 523-560).

nant des environs de Sète, Banyuls, Roscoff. Ce sont principalement : *Scyllium catulus* Cuv. et *S. canicula* Cuv., *Mustelus vulgaris* Müll. et Henl., *Acanthias vulgaris* Riss., *Raja clavata* Rond., *R. asteria* Rond., *R. miraletus* L., *R. punctata* Riss., *Myliobatis aquila* Humer., *Torpedo marmorata* Riss.

La pauvreté ou l'absence de pigment, l'épaisseur moindre, l'existence généralement exclusive de bâtonnets, la structure primitive de l'area sont les principaux caractères qui distinguent une rétine de Sélaciens d'une rétine de Téléostéens. Les bâtonnets paraissent appartenir à deux types : le type filiforme caractérisé par un segment externe long et fin est réalisé chez *Acanthias* et *Myliobatis;* le type cylindrique avec segment externe plus trapu se rencontre chez *Raja*, *Torpedo*, et, moins accentué, chez *Scyllium*. Les cellules ganglionnaires sont isolées les unes des autres et correspondent à un nombre de cellules visuelles variable suivant les espèces, mais toujours assez grand (1 cellule ganglionnaire correspond à 8 cellules visuelles chez *Scyllium*, à 5 cellules visuelles chez *Acanthias*, à 14 cellules visuelles chez *Myliobatis*, à 12 cellules visuelles cher *Raja miraletus*, dans une région de la rétine voisine de l'axe optique). L'area, lorsqu'elle existe [Hess ([1])], est toujours peu marquée (cas de *Raja*, de *Scyllium*). Chez les espèces étudiées, toute fovea fait défaut.

La campanule de Haller plus réduite que chez les Téléostéens se montre de dimensions variables suivant les espèces. Chez *Scyllium* et *Acanthias*, elle atteint son développement maximum. Chez *Myliobatis*, dont les yeux ont les dimensions de ceux d'un *Scyllium* de grande taille, elle est difficilement visible au simple examen macroscopique. Sa pauvreté en éléments musculaires permet de lui refuser tout rôte actif dans l'accommodation, et la fait considérer surtout comme un organe de suspension du cristallin.

La vision binoculaire anatomique existe chez toutes les espèces, mais elle est plus ou moins étendue suivant les cas. Par la méthode de l'image transsclérale, nous avons pu déterminer des champs de vision binoculaire de 10° dans un plan un peu supérieur à celui du plan horizontal chez *Acanthias*, des champs de 7 à 8° dans le même plan chez *Scyllium*. Par contre, seule la fixation binoculaire ou des champs de 2 à 3° existent chez *Torpedo* et *Raja*.

La mesure de la réfraction statique, par la méthode de l'ombre pupillaire, nous a donné dans tous les cas des degrés variables d'hypermétropie com-

---

([1]) Hess, *Gesichtsinn* (*Handb. der Vergleich. Physiol.*, 4, Iéna 1913, p. 555-840).

pliquée d'astigmatisme hypermétropique composé. Ainsi, nous avons mesuré 10 dioptries d'hypermétropie chez *Acanthias*, 11 chez *Mustelus*, 8 chez *Scyllium*, 6 chez *Raja Clavata*. Chez cette dernière l'astigmatisme est particulièrement accusé. Ces observations s'opposent à ce que l'on avait admis de la réfraction statique chez les Sélaciens.

Les dispositions anatomiques nous font conclure à un pouvoir accommodatif des plus faibles.

Le rapport du nombre des cellules visuelles au nombre des cellules ganglionnaires ne permet qu'une acuité visuelle réduite. La richesse en bâtonnets est l'indice d'une certaine sensibilité lumineuse. L'absence complète ou presque de cônes exclut tout pouvoir de discrimination des couleurs.

Ainsi les yeux des Sélaciens sont inférieurs en organisation à ceux de la majorité des autres Poissons. Absence de fovea, area primitive, faible acuité visuelle des autres régions de la rétine, champ visuel binoculaire réduit, hypermétropie statique de plusieurs dioptries, astigmatisme accentué, accommodation nulle ou insignifiante, sensibilité chromatique absente en font de mauvais organes. Le sens visuel, chez les Sélaciens, ne saurait avoir dans le comportement des individus qu'un rôle bien inférieur à celui qu'il peut avoir dans le comportement de la majorité des autres Vertébrés aquatiques.

ZOOLOGIE. — *De l'influence du percement du canal de Suez sur la faune marine des côtes de Syrie*. Note de M. **Gruvel**, présentée par M. L. Mangin.

Les études diverses qui ont été poursuivies dans le canal de Suez ont montré qu'un certain nombre d'espèces de la mer Rouge et de l'océan Indien ont traversé ce canal d'une façon plus ou moins complète, dans un sens comme dans l'autre.

Mais jusqu'ici on n'avait pas étudié systématiquement le retentissement de ce mouvement de translation des espèces, sur l'ensemble de la faune marine des côtes de Syrie. C'est un problème que nous avons essayé de résoudre, en partie tout au moins, au cours de deux missions successives, en 1928 et 1929.

Nous voudrions résumer ici les quelques observations que nous avons pu faire à ce sujet.

Nous avons recueilli environ une douzaine d'espèces de poissons qui, de

l'océan Indien et de la mer Rouge, sont passées en Méditerranée; il est à remarquer que ce sont toutes des formes de petite taille, que le courant dominant de la mer Rouge vers la Méditerranée a pu facilement entraîner; la plupart de ces espèces se rencontrent non seulement sur les côtes de Palestine, mais aussi sur celles de Syrie et jusqu'au fond du golfe d'Alexandrette. Parmi les plus intéressantes, nous signalerons :

Hemirhamphus marginatus Bleek.
Hemirhamphus unifasciatus Ranz.
Clupea Kowal Günth.
Caranx gallus Günth.
Caranx galla C. V.
Caranx kiliche C. V.
Equula lineatola C. V. très abondante sur toute la côte.
Serranus melanurus Geoff.
Serranus morrhua C. V.
Amphacanthus siganus Rup.
Monacanthus setifer Benn. qui n'avait été signalé jusqu'ici que dans le canal de Suez; etc.

Le groupe des Crustacés présente, au point de vue de la répartition des espèces, des particularités intéressantes. C'est d'abord l'absence absolue de homards et de langoustes, remplacés en quelque sorte par la cigale de mer (*Scyllarus latus* Latr.), atteignant ici une belle taille. L'absence complète de homards et de langoustes semble assez curieuse quand on sait que ces Crustacés sont abondants, les premiers surtout, dans la mer de Marmara, par exemple. Ce ne sont pourtant pas les fonds rocheux (leur habitat de prédilection) qui manquent sur les côtes syriennes.

Par contre il existe une faune de remplacement, peut-on dire, due à la dispersion en quantités considérables, de plusieurs espèces de crevettes, dont quelques-unes de taille particulièrement remarquable. Citons parmi ces espèces :

Peneus monodon Fabre Bate, que l'on trouve en assez grande abondance dans le golfe d'Alexandrette; c'est une forme de l'océan Indien qui arrive à mesurer jusqu'à 20^{cm} de long.

Parmi les autres espèces de même origine, nous signalerons :

Peneus canaliculatus Olivier, qui atteint presque la taille de la précédente;
Peneopsis Stebbingi Nobili;
Peneopsis monoceros Fabr.; etc.

A côté de ce groupe de crevettes, signalons une forme de crabe très

curieuse, également d'origine indo-pacifique, qui a mis environ 30 ans à traverser le canal de Suez :

Neptunus pelagicus L.

Parmi les mollusques, nous ne citerons qu'une seule forme, c'est une méléagrine perlière :

Meleagrina oca Reves, très commune dans l'océan Indien et qui se retrouve aujourd'hui en abondance sur les côtes de Palestine et de Syrie; contrairement aux espèces précédentes, elle s'est répandue non seulement dans la Méditerranée orientale, mais aussi dans la partie la plus rapprochée de la Méditerranée occidentale.

Si la plupart des espèces qui ont traversé le canal de Suez se sont portées plus spécialement vers les côtes syriennes, c'est que le courant qui longe les côtes africaines de la Méditerranée dans la zone égyptienne, est dirigé vers l'Ouest à l'Est et remonte au Nord le long des côtes de Palestine et de Syrie jusqu'au fond du golfe d'Alexandrette et que ces espèces de mers chaudes trouvent sur les côtes de Syrie des conditions biologiques favorables.

Il en résulte la production d'une faune de complément qui apporte dans cette région un appoint considérable à l'alimentation locale.

ENTOMOLOGIE. — *Sur la présence de la nervure médiane haute chez les Diptères* [1]. Note de MM. **P. Vignon** et **E. Séguy**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Contrairement à l'opinion reçue, les Diptères ont gardé la médiane frontale haute. Ce ne sont donc point des Néoptères et plus spécialement des Panorpoïdes [2]. Ce sont des Paléoptères si différents qu'ils soient des Libellules comme aussi des Éphémères.

Observons d'abord l'Asilidé *Mallophora infernalis :* la médiane haute

---

[1] Suivant la notation proposée par l'un de nous (Vignon, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 234 et 301, avec figures) il s'agit de la nervure MA_1, branche frontale haute de la médiane antérieure MA. — Quant à la cubitale, elle offre, chez les Diptères, la branche haute CuA_1, avec des fourchons CuA_{1a} et CuA_{1b}, ainsi que la veine basse CuA_2, souvent réduite à un pli. Le fourchon haut CuA_{1a} était rapporté faussement à la médiane basse, c'est-à-dire, ici, à MA_2. Ce fourchon peut faire défaut : *Phora*, *Simulium*, *Telmatoscopus*, *Saucropus*.

[2] Cf. l'exposé de M. Lameere, *Rec. Inst. Torley-Rousseau*, 1, 1928, p. 227, § 3.

saute aux yeux; c'est la veine R_{4+5} des auteurs. Proximalement, en deçà d'un point où elle semble naître du secteur R*s* de la radiale, elle n'est plus sans doute, ici du moins, qu'un pli haut, mais très marqué ([1]).

A partir des Asilidés, divers types mènent aux Taons et par delà.

On divisera les Diptères en deux grands groupes. Dans le premier, la



L'Asilidé *Mallophora infernalis* Wiedemann, de l'Amérique méridionale, d'après un spécimen conservé au Muséum.

partie proximale de la médiane haute est présente. Tantôt alors la tige de R*s* persiste aussi : voir le Psychodide *Telmatoscopus meridionalis*, *Mycetophila*, *Chironomus plumosus*, le Culicidé *Megarhinus Moctezuma*, *Simulium subornatum*, par exemple; il en va de même pour *Phora thoracica*, mais la partie proximale de MA_1 n'est plus ici qu'un simple trait — tantôt la tige de R*s* a disparu (le Dolichopodidé *Saucropus pallidus*), tantôt c'est tout le secteur de la radiale qui fait défaut (*Sciarus Thomæ*). Dans le second groupe, la partie proximale de la médiane haute disparaît (Asilides et dérivés; Rhyphides, Tipulides, Tachinides, Muscides, Blépharocérides, etc.) Parfois on trouve encore des traces de la partie disparue : une amorce, ou un pli haut plus ou moins net; les Tachinides et Muscides offrent un talon renflé, une sorte de cicatrice, avec des soies.

La médiane haute naît d'un nœud de nervures, incompris jusqu'à présent.

([1]) La transverse MA_1-MA_2 utilise la base d'un fourchon postérieur MA_{1b}, réduit ici déjà à un pli bas que l'évolution a fini par supprimer tout à fait dans ce groupe. *Mycetophila*, au contraire, *Chironomus plumosus*, *Sciarus Thomæ*, chez qui il se bifurque, ont gardé ce rameau, et sans qu'il existe une transverse. *Simulium subornatum*, *Phora thoracica* n'ont, quant à eux, ni le fourchon MA_{1b} ni la transverse.

De l'arrière à l'avant il y a ici une anale postérieure, une antérieure, la tige de la cubitale et celle de la médiane, le tout plus ou moins confondu : mais voyez *Telmatoscopus*. La médiane haute, dont la base est très nette chez *Saucropus pallidus*, est souvent accrochée au radius par le sommet d'un coude, ou par une bride : chez *Sciarus Thomæ* elle est manifestement indépendante. On observera utilement ce nœud de nervures chez des Tipulides, tels que *Ptilogyna fuliginosa*. Somme toute on trouve ici, ramassé sur une courte transversale, ce que l'ancêtre du Houiller étalait librement dans la longueur.

Une fois séparée de la médiane haute, la médiane basse (qui commence par obliquer vers l'avant chez les Asilides et les types qui en dérivent) forme les deux branches MA_{2a}, MA_{2b}. La branche antérieure est, dans la règle, bifurquée; la postérieure contracte des rapports plus ou moins complexes avec CuA_{1a}. Chez les formes simplifiées la médiane basse finit par se réduire à un pli.

Du fait de sa médiane haute l'Asilide *Mallophora infernalis* offre une ressemblance, incomplète il est vrai, mais frappante, avec certains fossiles du Houiller de Commentry tels que *Dictyoptilus sepultus*. La classification des Diptères devra désormais tenir le plus grand compte des particularités de cette médiane haute, que l'on méconnaissait : mais, partout, il faudra modifier la notation des nervures.

MÉDECINE. — *Sur l'action antirachitique de certains lipides cholestériques de l'escargot de Bourgogne* (Helix Pomatia). Note [2] de MM. **G. Mouriquand** et **A. Leulier**, présentée par M. Achard.

Les recherches que nous poursuivons sur les fixateurs du Ca [2] nous ont amenés à envisager d'un point de vue général le problème du métabolisme calcique dans la série animale. Notre attention a été spécialement retenue par celui de l'escargot, dont on soupçonne l'activité, à en juger par son extrême facilité à réparer sa coquille et à s'operculer, et par la haute richesse de son sang en Ca (trois fois plus riche que le sang humain).

Nous nous sommes demandé si, pour expliquer l'importance de son

---

(1) Séance du 10 juin 1929.

(2) Voir Mouriquand, Leulier, Bernheim et Mlle Schoen, *Recherches sur les fixateurs du calcium* (*Presse Médicale*, 36, xiv, 18 février 1928, p. 209).

métabolisme calcique, l'*Helix Pomatia* (vulgairement : Escargot de Bourgogne) possédait des substances capables de se transformer en agents fixateurs du calcium, en particulier si certains de ses lipides cholestériques pouvaient, sous l'action des rayons ultraviolets, acquérir un pouvoir antirachitique, comme l'acquièrent certaines phytostérines (ergostérine, etc.) (Hess, Windhaus, etc.).

La réponse à cette question pouvait présenter, à côté de son intérêt biologique, une importance pratique certaine. Elle pouvait mettre entre les mains du clinicien une substance antirachitique active qui peut-être, étant donnée son origine, serait dépourvue de toxicité.

Nous avons successivement étudié, par la technique habituelle du rachitisme expérimental, l'activité antirachitique de la cholestérine et du mélange cholestérine + lipides cholestériques d'*Helix Pomatia*.[1]

L'ingestion de cholestérine pure non irradiée ou irradiée (V gouttes de la solution au $\frac{1}{1000}$) ne provoque à aucun degré la fixation du Ca chez les rats soumis, dans l'obscurité, au régime 85 de Pappenheimer.

L'ingestion de V gouttes, de II gouttes et même d'une seule goutte de la solution au $\frac{1}{1000}$ de cholestérine + lipides voisins (irradiés) écarte absolument tout rachitisme en entraînant une fixation calcique parfaite, ainsi qu'en témoignent les radiographies, les autopsies et les dosages chimiques. L'ingestion d'une même dose de ce mélange non irradié ne détermine pas de fixation de la chaux.

Le mélange cholestérine + lipides voisins irradiés est donc doué d'un puissant pouvoir antirachitique.

On sait que la cholestérine d'escargot possède les mêmes propriétés chimiques et physiques que la cholestérine humaine. On ne saurait, sans de nouvelles recherches, affirmer que les lipides cholestériques qui, sous l'action de l'ultraviolet, prennent un pouvoir antirachitique comparable à celui de la vitamine D, sont en tous points identiques aux lipides cholestériques humains, mais la chose est probable.

Tous ces faits impliquent l'importance de l'emploi thérapeutique de ces lipides cholestériques irradiés de l'*Helix Pomatia*, qui dans nos cas, tant expérimentaux que cliniques, se sont montrés dépourvus de toxicité.

La séance est levée à 15^h45^m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AVRIL 1929 (*suite et fin*).

The Centenary Meeting of the Franklin Institute :

— *Modern views of Physical science being a record of the proceedings of the centenary meeting held september* 17, 18 *and* 19, 1924, par ELLEVOOD HENDRICK;

— *The fifth estate*, an address, par ARTHUR D. LITTLE;

— *Concentration and polarization at the cathode during electrolysis of solutions of copper salts*, an address, par W. LASH MILLER;

— *The steam turbine-as a study in applied physics*, an address, par Sir CHARLES A. PARSONS;

— *Military aircraft and their use in warfare*, an address, par Major general MASON M. PATRICK;

— *Lightning*, an address, par F. W. PEEK;

— *The field of research in industrial institutions*, an address, par E. W. RICE;

— *The natural and artificial disintegration of the elements*, an address, par Sir ERNEST RUTHERFORD;

— *A theory of color production*, an address, par JULIUS STIEGLITZ;

— *Recent progress in the science of aeronautics*, an address, par JOSEPH S. AMES;

— *The carbon atom in crystalline structure*, an address, par Sir WILLIAM HENRY BRAGG;

— *The influence of J. Willard Gibbs on the science of physical chemistry*, an address, par G. DONNAN;

— *Some causes of volcanic activity*, an address, par ARTHUR L. DAY;

— *Spectroscopy in the past and in the future*, an address, par CHARLES FABRY;

— *Practical results of the theoretical development of chemistry*, an address, par F. HABER;

— *Modern military engineering*, an address, par EDGAR JADWIN;

— *The progress and promise of engineering*, an address, par DEXTER S. KIMBALL; Philadelphie, the Franklin Institute, 1924-1925; 1 fasc. 19^{cm} et 16 fasc. 25^{cm}.

Leçons de mécanique rationnelle professées à l'École des Mines et de Métallurgie, Faculté technique du Hainaut à Mons, par FRANÇOIS BOUNY. Paris, Albert Blanchard et Mons, Leich, 1929; 1 vol. 26^{cm}. (Présenté par M. Appell.)

ERRATA.

(Séance du 26 décembre 1928.)

Note de M. *Z. Horák*, Sur la courbure des variétés non holonomes :

Page 1274, ligne 10, *lire*

$$\Pi_{ij}^{k} = 2\,\mathrm{A}_{\lambda}^{k}\,\partial_{[i}\mathrm{A}_{j]}^{\lambda} \qquad \left(\partial_i = \mathrm{A}_i^{\lambda}\frac{\partial}{\partial x^{\lambda}}\right).$$

Page 1275, équations (4), *lire*

$$\nabla_i v^k = \partial_i v^k + \Lambda_{ji}^{k} v^j, \qquad \nabla_i w_j = \partial_i w_j - \Lambda_{ji}^{\prime k} w_k.$$

Page 1275, ligne 18, *lire*

$$\underset{12}{\mathfrak{D}}\, v^c = \underset{12}{\mathrm{D}}\, v^c + \nabla_k v^c \underset{21}{\Delta^k}.$$

(Séance du 7 janvier 1929.)

Note de M. *A. Demoulin*, Sur une classe de congruences :

Page 138, au titre, *au lieu de* ... congruences, *lire* ... congruences W.

(Séance du 11 février 1929.)

Note de M. *Z. Horák*, Sur l'équation des ondes de Schrödinger :

Page 495, ligne 11, *au lieu de* q^k, *lire* q^k.

(Séance du 10 juin 1929.)

Note de M. *C. Raveau*, La thermodynamique, non énergétique, des inégalités. La règle des quatre directions (principe de le Chatelier) :

Page 1543, première ligne de la Note, après *Carnot*, insérer *qui*.

FIN DU TOME CENT-QUATRE-VINGT-HUITIÈME.